열 및 통계 물리 1 (수시고사 2)

출제교수명: 정형채　　　　시험 일자: 2011. 11. 15. 화요일 13:30 - 14:30

자연과학 대학　　　학과　　학년　　학번:　　　　성명:

1. [30점] 실제 기체의 상태 방정식에 가까운 반데르 발스 상태 방정식은

$$\left(p+\frac{a}{V^2}\right)(V-b) \quad = \quad NT \qquad (1)$$

로 주어진다. 여기서 a, b는 p,V,T에 무관한 상수이다.

(a) 등압 팽창율 $\beta=\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$는

$$\beta \quad = \quad \frac{NV^{C_1}(V-b)^{C_2}}{NTV^{C_3}-C_4 a(V-b)^{C_5}}$$

의 형태로 적을 수 있음을 보이고 $C_1,\cdots,C_5$를 구하라.

(b) 맥스웰의 관계식 및 식(1)을 이용하여 $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T$를 구하라

(c) 등온 과정으로 (p_1, V_1) 상태에서 (p_2, V_2)로 팽창하는 경우 증가한 엔트로피 $\Delta S = S_2 - S_1$을 구하여라.

2. [20점] 온도 T, 압력 p인 열원(heat bath)과 접촉하고 있는 기체 계가 있다. 이 기체 계의 입자 수는 고정되어 있다. 열역학 1, 2 법칙을 이용하여 다음 물음에 답하여라.

(a) 기체 계의 부피가 V로 일정하게 고정되어 있으면, 기체 계가 열원과 열적 평형 상태가 될 때 기체 계의 Helmholtz 자유 에너지 $F = U - TS$가 최소값을 가짐을 보여라.

(b) 기체 계의 부피가 변할 수 있으면, 기체 계가 열원과 평형 상태가 될 때 기체 계의 Gibbs 자유 에너지 $G = U - TS + pV$가 최소값을 가짐을 보여라.

(힌트: 기체계와 열원의 엔트로피 합 $S_T = S_G + S_R$은 $S_T \geq 0$을 만족하고 평형 상태가 될 때 최대 값을 가진다. 열원의 엔트로피 변화 $\Delta S_R = Q_R/T$이다. 일반적으로 기체 계가 받은 열은 내부 에너지 변화와 한 일의 합이고 ($đQ_G = dU + pdV$) 부피가 일정한 경우는 내부 에너지 변화와 같다.)

3. [20점] 열역학 1법칙 및 2법칙을 식으로 적고 그 의미를 간단히 기술하라.

4. [30점] Joule 기관은 다음과 같이 두 개의 단열 과정과 두 개의 등압 과정으로 이루어진 진다. 여기서 열(heat)은 기관이 받는 열이다. 즉 $Q > 0$이면 기관으로 열이 들어오는 것이고 $Q < 0$이면 열이 밖으로 나가는 것이다. 등압 비열 빛 등적 비열이 일정하여 $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$가 상수인 이상기체가 기관속에 있다고 가정하고 물음에 답하라.

	process	initial state	finial state	heat
12	단열 압축	(V_1, p_1)	(V_2, p_2)	0
23	등압 팽창	(V_2, p_2)	(V_3, p_2)	Q_{23}
34	단열 팽창	(V_3, p_2)	(V_4, p_1)	0
41	등압 압축	(V_4, p_1)	(V_1, p_1)	Q_{41}

(a) 위 기관의 싸이클을 p-V 그래프로 나타내고 이 기관이 싸이클 당 한 순수 일 W를 그래프에 빗금(hatching)으로 표시하여라.

(b) 23과정 및 41과정에서 계가 한 일 W_{23}과 W_{41}을 p_i 및 V_i의 함수로 나타내어라. (외부에서 기관에 일을 해준 경우, 계가 $W < 0$의 일을 한 것으로 생각할 수 있음).

(c) 12과정 및 34과정에서 계가 한 일 W_{12}과 W_{34}를 C_V 및 T_i의 함수로 나타내어라.

(d) 이상기체의 상태 방정식을 이용하여, 한 순환시 한일 $W = W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41}$를 C_p 및 T_i의 함수로 나타내어라.

(e) $\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3}$임을 보여라.

(f) 열 기관 효율 η의 정의를 적고

$$\eta \quad = \quad 1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}$$

임을 보여라.