

열 및 통계 물리 1 (수시고사 1)

출제교수명: 정형채

시험일자: 2004. 5. 20. 목요일 11:00 - 11:50

자연과학 대학

학과

학년

학번:

성명:

1. [25점]

(a) [5점] x -방향의 스핀 up 상태 $|\uparrow_x\rangle$ 와 z -방향의 스핀 up 상태 $|\uparrow_z\rangle$ 를 z -방향의 스핀 고유상태(eigen state)를 기저(basis)로 하여 행벡터로 표현하여라.

(b) [10점] x -방향의 스핀 up 상태 $|\uparrow_x\rangle$ 80%와 x -방향의 스핀 down 상태 $|\downarrow_x\rangle$ 20%가 섞여있는 혼합(mixed) 상태를 z -방향의 스핀 고유상태(eigen state)를 기저(basis)로 하여 행렬로 나타내고 s_x 및 s_z 의 기대값을 구하라.

(c) [10점] 스핀이

$$|\Psi\rangle = \frac{2}{\sqrt{5}}|\uparrow_x\rangle + \frac{1}{\sqrt{5}}|\downarrow_x\rangle$$

인 상태에 놓여있다. z -방향의 스핀 고유상태(eigen state)를 기저(basis)로 하여 행렬로 나타내고 s_x 및 s_z 의 기대값을 구하라.

2. [25점] 에너지 레벨이 $\epsilon_1 = 0, \epsilon_2 = \epsilon$ 인 2 개의 state로 이루어진 계에 2개의 Boson 입자가 놓여있다. 전체 계의 에너지 eigen states를 점유수 표현으로 나타내면 $|2, 0\rangle, |1, 1\rangle, |0, 2\rangle$ 이다. 온도 $T = \epsilon / \ln 2$ 인 저장실과 평형상태를 이루고 있을 때,

(a) [10점] 분배함수 Z 를 구하고 $\{|2, 0\rangle, |1, 1\rangle, |0, 2\rangle\}$ 를 기저로 하여 밀도 행렬을 구하라.

(b) [5점] ϵ_1 state와 ϵ_2 state의 평균 점유수 n_1, n_2 를 구하여라.

(c) [10점] 에너지 레벨의 갯수가 많고, 전체 입자 수 N 인 큰 경우, (a,b)의 Canonical Ensemble 방법으로 평균 점유수 n_k 를 구하는 것은 쉽지 않다. 이럴 때는, 화학 퍼텐셜 μ 인 보존 입자 환경과 평형 상태에 있는 Grand Canonical Ensemble로 기술하여 평균 점유수 $\langle n_k \rangle$

$$\langle n_k \rangle = 1/[e^{\beta(\epsilon_k - \mu)} - 1] \quad (1)$$

를 얻게 되는데 μ 는 전체 평균 입자 수가 N 이 되도록 정하여 준다. 이 방법을 여기서와 같이 입자 수가 작은 계에 사용할 경우의 오차를 구하여 보자. 먼저 전체 입자수 $N = 2$ 를 만족하는 $z^{-1} = e^{-\beta\mu}$ 를 구하여 식 (1)로부터 $\langle n_1 \rangle$ 과 $\langle n_2 \rangle$ 를 계산하고 (b)의 결과와 비교하라.