

열 및 통계 물리 1 (수시고사 1)

출제교수명: 정형채

제출일자: 2003. 11. 18. 화요일 14:00 - 14:50

자연과학 대학

학과

학년

학번:

성명:

1. [20점] 열역학 큰퍼텐셜 Φ 는

$$\begin{aligned}\Phi &= F - \mu N \\ &= U - TS - \mu N\end{aligned}$$

으로 정의된다.

(a) 내부 에너지 U 가 엔트로피, S , 부피 V , 입자수 N 의 함수임을 이용하여 $d\Phi$ 를 구하고 Φ 가 어떤 변수의 함수인지 밝혀라. 또, 압력 p , 평균 입자수 N , 엔트로피 S 를 Φ 의 편미분 형태로 나타내라.

(b) $\frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mu} \right) = \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial V} \right)$ 를 이용하여, 열역학 변수, p, V, N, μ 사이의 Maxwell 관계식을 구하라.

2. [40점] 온도 T 인 열저장고와 열적 평형상태에 있는 계가 있다.

(a) 이 계가 미시적 상태 x 에 있을 확률 P_x 는

$$P_x = \frac{1}{Z} e^{-E_x/T}$$

의 형태로 적을 수 있음을 보이고, Z 를 구하라.

(b) 이 계가 평균에너지 U 인 거시적 상태에 있을 확률 P_U 가

$$P_U = \frac{1}{Z} e^{-F/T}$$

의 형태로 적을 수 있음을 보여라. 여기서 자유에너지 F 는 $F = U - TS$ 이다.

(c) 0°C 물 10g의 에너지, 엔트로피, 자유에너지를 각각 U_w, S_w, F_w 라 하고 0°C 얼음 10g의 에너지, 엔트로피, 자유에너지를 각각 U_i, S_i, F_i 라 할 때, $\Delta U = U_w - U_i, \Delta S = S_w - S_i, \Delta F = F_w - F_i$ 를 구하라.

(d) 0°C 얼음 10g을 27°C 의 많은 양의 흐르는 물 속에 넣었다. 시간이 충분히 흐른 후에도 녹지않고 0°C 얼음상태로 있을 확률을 구하라. (힌트: 0°C 얼음이 0°C 물이 될 때 전체 엔트로피 변화와 0°C 물이 27°C 물이 될 때 전체 엔트로피 변화를 모두 고려하여 처음 상태와 나중 상태의 상태 수를 비교할 것)

참고사항

- Boltzman 상수

$$\begin{aligned}k_B &= 1 \\ &\approx 1.4 \times 10^{-23} \text{ J/K}\end{aligned}$$

- $\frac{\partial U}{\partial S} = T, \frac{\partial U}{\partial V} = -p, \frac{\partial U}{\partial N} = \mu$ 임

- 단위 g당 물의 비열, c_w , 얼음의 비열, c_i , 얼음의 융해열 q_i :

$$\begin{aligned}c_w &\approx 1.0 \frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot\text{K}} \approx 4.2 \frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{K}} \approx 3.0 \times 10^{23} \frac{\text{J}}{\text{g}} \\ c_i &\approx 0.5 \frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot\text{K}} \approx 2.1 \frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{K}} \approx 1.5 \times 10^{23} \frac{\text{J}}{\text{g}} \\ q_i &\approx 80 \frac{\text{cal}}{\text{g}} \approx 336 \frac{\text{J}}{\text{g}} \approx 2.4 \times 10^{25} \frac{\text{J}}{\text{g}}\end{aligned}$$

- 기타 수치

$$2400/273 \approx 8.8$$

$$\ln 273 \approx 5.6$$

$$\ln 300 \approx 5.7$$