

열 및 통계 물리 1 (수시고사 1)

출제교수명: 정형채

제출일자: 2002. 9. 19. 목요일 11:00 - 12:00

자연과학 대학

학과

학년

학번:

성명:

1. 원점에 서있는 김선수가 주사위를 던져 6이 나오면 -방향으로 그렇지 않으면 +방향으로 한 번에 보폭  $a$ 만큼 움직이는 일차원 운동을 한다.

(a) 주사위를  $N$ 번 던질 때, 6의 눈의 수  $n_1$ 은 이항분포를 따른다 [ $n_1 \sim B(N, \frac{1}{6})$ ]. 주사위를 세 번 던졌을 때 6의 눈이 두 번 나올 확률을 구하여라.

(b)  $N$ 번 던져 6의 눈이  $n_1$ 번 나왔을 때, 김선수의 위치를  $x = la$ 로 표시할 때,  $l$ 을  $N, n_1$ 의 함수로 구하여라

(c) 주사위를 100번 던졌을 때, 6의 눈의 수의 평균  $\langle n_1 \rangle$ 와 김선수의 평균 위치  $\langle x \rangle$ 를 구하라.

(d) 주사위를 100번 던졌을 때, 김선수 위치의 분산  $\langle (\Delta x)^2 \rangle$ 를 구하고 김선수 위치의 범위를 추정하여라.

2. 길이  $L$ 인 1차원 상자 속에 질량  $m$ 인 자유 입자 2개가 들어있다. 즉, 계의 Hamiltonian은  $x_i \in [0, L]$ 인 경우

$$H = \frac{p_1^2 + p_2^2}{2m} \quad (1)$$

이고  $x_i \notin [0, L]$ 인 경우  $\infty$ 이다. 계의 에너지 범위가 주어졌을 때, 계의 미시 상태 수를 양자역학적 방법과 고전적 방법으로 각각 구하려고 한다.

(a) 양자 역학적으로 계의 에너지는

$$\begin{aligned} E(n_1, n_2) &= \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (n_1^2 + n_2^2) \\ &= (n_1^2 + n_2^2) E_0 \end{aligned}$$

로 주어진다. 여기서  $E_0$ 는  $\frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}$  이다. 에너지가  $E_a = 6 E_0$ 보다 작은 계의 상태수를 구하라.

(b) 고전 역학적으로,  $E < E_a$ 인 계의 상태 수  $\Omega$ 는

$$\Omega = \frac{V(E_a)}{h^2}$$

로 주어진다. 여기서  $V(E_a)$ 는  $E < E_a$ 인 위상 공간의 부피이다. 위상공간의 부피

$$V(E_a) = \int_{H(x_1, x_2, p_1, p_2) < E_a} dx_1 dx_2 dp_1, dp_2$$

를 구하고 계의 상태 수  $\Omega$ 를 말하라.