

열 및 통계물리학 1 (수시 고사 1)

출제교수명:

시행일자: 2001. 9. 21. 금요일 7 교시

자연과학 대학

학과

학년

학번:

성명:

○ 앞뒷면 문제 모두 풀 것 (3번은 뒷면)

1. [15점] x_1 and x_2 are chosen at random between 0 and 2. In other word, the probability density function $p(x)$ is given by

$$p(x) = \begin{cases} 1/2 & \text{for } x \in [0, 2] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

for both x_1 and x_2 .

- (a) What is the probability that both x_1 and x_2 are smaller than 0.5?
 (b) x_3 is the minimum of x_1 and x_2 . What is the expectation value of x_3 ?

2.[15점] 원점에 서있는 K군은 동전을 던져 앞 면이 나오면 +방향으로 뒷 면이 나오면 -방향으로 한 번에 보폭 a 만큼 움직이는 일차원 random walk을 한다.

(a) 동전을 N 번 던질 때, 앞 면의 수 n_1 은 이항분포를 따른다 [$n_1 \sim B(N, \frac{1}{2})$]. 동전을 여섯 번 던졌을 때 앞 면이 세 번 나올 확률을 구하여라.

(b) 동전을 6번 던졌을 때, K군이 $x = -2a$ 에 있을 확률을 구하여라

(c) K군이 동전을 100번 던질 때 RMS 변위, $\sqrt{\langle x^2 \rangle}$ 를 구하여라. 필요하다면 이항분포 $B(N, p)$ 를 따르는 확률 변수 k 의 평균값과 분산이

$$\begin{aligned} \langle k \rangle &= Np \\ \langle (\Delta k)^2 \rangle &= Np(1-p) \end{aligned}$$

로 주어짐을 이용하라.

3. [20점] 길이 L 인 1차원 상자 속에 spin 1/2인 입자가 3개 들어있다. 이들 입자간의 상호 작용은 없고 외부에서 걸어 준 자기장은 $\vec{B} = B_0 \hat{z}$ 이다. 이 경우 Hamiltonian은

$$H = \sum_{\alpha=1}^3 \frac{p_{\alpha}^2}{2m_{\alpha}} - B_0 \sum_{\alpha=1}^3 s_{\alpha}^z$$

로 주어진다. 세 입자의 질량이 모두 같고 ($m_1 = m_2 = m_3 = m$) 계의 에너지 E 가

$$E = 6 \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} - \frac{1}{2} B_0$$

로 평형 상태에 있는 경우

- (a) 가능한 모든 상태를 나열하라.
 (b) 첫 번째 입자의 스핀이 $s_1^z = 1/2$ 로 주어질 확률을 구하라
 (c) 두 번째 입자의 스핀이 $s_2^z = 1/2$ 로 주어지고 공간 파동함수가 $\sin(\frac{\pi x_2}{L})$ 의 형태로 주어질 확률을 구하라.