

열 및 통계 물리 1 (Homework 4)

출제교수명: 정형채

제출일자: 2011. 11. 8. 화요일 13:30

자연과학 대학

학과

학년

학번:

성명:

- 문제지에 직접 답을 쓰지 말고 다른 종이에 풀어서 문제지를 표지로 하여 함께 철하여 제출하세요.
- 제출시간 이후 제출한 것은 20% ~ 50%의 감점이 있습니다.
- 수시고사 : 11월 15일 (화)
 - 시험 일정은 <http://dasan.sejong.ac.kr/~hcj/zhtml/CSM.html>에서 확인 가능합니다.

1. [10점] Helmholtz 자유 에너지 F 의 변화량 dF 는

$$dF = -S dT - p dV + \mu dN \quad (1)$$

로 주어진다. 이를 이용하여 다음 문제를 풀어라.

(a) 새로운 열역학 함수 B 를

$$B = F + pV - \mu N$$

이라 정의 하면 B 는 어떤 열역학 변수들의 함수인지 기술힌하고 증명하라.

(b) Maxwell 관계식

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{T,N} = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{V,N}$$

을 식(1)을 사용하여 증명하여라.

2. 어떤 기체의 상태 방정식이

$$p = \frac{N}{V}T + \frac{N^2}{V^2}A(T) \quad (2)$$

로 주어진다. 여기서 $A(T)$ 는 온도 T 만의 함수이다. 이를 이용하여 같은 온도에 있는 두 상태 $X_1 = (p_1, V_1 = V_0)$ 과 $X_2 = (p_2, V_2 = 2V_0)$ 간의 엔트로피 및 내부에너지 차이를 구하려고 한다.

(a) 온도 T 의 등온과정으로 X_1 에서 X_2 로 갈 때, 한 일 W 를

$$W = C_1NT + C_2\frac{N^2}{V_0}A(T)$$

로 쓸 수 있음을 보이고 상수 C_1 과 C_2 를 구하라.

(b) 맥스웰 관계식과 식(2)을 이용하여 $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T$ 를 $N, V, A'(T) = \frac{dA}{dT}$ 의 함수로 구하라.

(c) 상태 X_2 의 엔트로피와 상태 X_1 의 엔트로피의 차이 $\Delta S = S(p_2, V_2) - S(p_1, V_1)$ 가

$$\Delta S = C_3N + C_4\frac{N^2}{V_0}A'(T)$$

로 주어짐을 보이고 상수 C_3 과 C_4 를 구하라.

(d) (a)와 (c)의 결과 및 열역학 1법칙을 이용하여 내부에너지의 차이 $\Delta U = U(p_2, V_2) - U(p_1, V_1)$ 가

$$\Delta U = C_5N^C_6V_0^C_7 [TA'(T) - A(T)]^C_8$$

로 주어짐을 보이고 상수 C_5, C_6, C_7 과 C_8 를 구하라.

3. 어떤 열역학계의 상태 방정식이 $V < V_0$ 인 경우,

$$p = aT^2(V_0 - V) \quad (3)$$

로 주어지고, 이 계의 정적 비열 C_V 는 $C_V = bT$ 로 주어진다고 가정하자. 이를 이용하여 $X_1 = (p_1, V_1 = \frac{V_0}{2})$ 상태와 $X_2 = (p_2, V_2 = \frac{V_0}{4})$ 상태 간의 엔트로피 차이를 구하려고 한다.

(a) 열역학 제 1법칙 (에너지 보존 법칙)을 이용하여 준정적 변화시 엔트로피의 변화량 dS 는

$$dS = \frac{1}{T}dU + \frac{p}{T}dV \quad (4)$$

를 만족함을 보여라.

(b) 식 (3)의 상태 방정식을 이용하여 T_1 및 T_2 를 p_1, p_2 및 V_0 의 함수로 나타내어라.

(c) 맥스웰 관계식, 식 (3) 및 C_V 의 정의를 이용하여, $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T$ 및 $\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V$ 를 C_V, p, T 의 함수로 나타내어라.

(d) 상태 X_2 의 엔트로피와 상태 X_1 의 엔트로피의 차이

$$\Delta S = S(p_2, V_2) - S(p_1, V_1)$$

를 구하여라. (힌트: 등온 및 등적 과정을 거쳐 상태 X_1 에서 상태 X_2 로 변하는 경우를 생각하는 것이 계산하기 편함.)

(e) 두 상태 X_1 과 X_2 의 엔트로피가 같을 때 ($\Delta S = 0$), p_2/p_1 을 구하라.

4. 어떤 기체의 상태 방정식이

$$p \left(\frac{V}{N} - b\right) = Te^{-a\frac{N}{V}}$$

로 주어진다. 여기서 a 와 b 는 p, V, T 에 무관한 상수이다.

(a) 등온 압축률 $\chi(T, V, P)$ 를 구하라.

(b) 등압 팽창률 $\beta(T, V, P)$ 를 구하라.

5. 교재 43쪽, 문제 3-5