

## 열 및 통계 물리 2 (Homework 2)

출제교수명: 정형채

제출일자: 2011. 04. 18. 일요일 15:00

자연과학 대학

학과

학년

학번:

성명:

○ 문제지에 직접 답을 쓰지 말고 다른 종이에 풀어서 문제지를 표지로 하여 함께 철하여 제출하세요. 문제지에는 풀이 여부만 표시하세요. 완전히 푼 문제는 O표, 일부만 푼 문제는 삼각형, 안 푼 문제는 X표로 표시하세요.

○ 마감 후 제출: 20% ~ 50%의 감점

1. 길이  $L$ 인 일차원 상자에 입자 하나가 있어 해밀토니안이

$$H(x, p) = \begin{cases} \frac{p^2}{2m} & \text{for } x \in [0, L] \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases}$$

로 주어진다.

(a) 연산자  $A$ 를

$$A = e^{-H/T}$$

라 할 때,  $\langle x|A|x' \rangle$ 을 구하라.

(b)  $Tr A = \int dx \langle x|A|x \rangle$  를 계산하라.

2.  $x$ -방향의 스핀 up 상태  $|\uparrow_x\rangle$  80%와  $x$ -방향의 스핀 down 상태  $|\downarrow_x\rangle$  20%가 섞여있는 혼합(mixed) 상태가 있다.

(a) 이 계를  $z$ -방향의 스핀 고유상태(eigen state)를 기저(basis)로 하여 행렬로 나타내어라.

(b) 이 계 스핀의  $x, y, z$  방향 성분을 측정할 때의 기대값을 각각 구하라.

3. 길이  $L$ 인 일차원 상자에 보존 입자 두개가 있다. 해밀토니안은

$$H(x, p) = \begin{cases} \frac{p_1^2 + p_2^2}{2m} & \text{for } x_1, x_2 \in [0, L] \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases}$$

로 주어진다. 이 계의 분배함수  $Z_s$ 는

$$Z_s = \sum_{k_1 \leq k_2} \sum_{k_2} \langle k_1, k_2 | e^{-H/T} | k_1, k_2 \rangle_s$$

로 주어진다.

(a) 분배 함수  $Z_s$ 를

$$Z_s = \frac{1}{2} \sum_{k_1} \sum_{k_2} \langle k_1, k_2 | e^{-H/T} | k_1, k_2 \rangle_s + \frac{1}{2} \sum_{k_1} \langle k_1, k_1 | e^{-H/T} | k_1, k_1 \rangle$$

로 쓸 수 있음을 보여라.

(b) 상자의 길이  $L$ 이 충분히 크면,

$$Z_s = \frac{1}{2} \left( \frac{L}{\lambda} \right)^2 \left[ 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\lambda}{L} \right]$$

의 형태로 적을 수 있음을 보이고  $\lambda$ 를 구하라.

4. 길이  $L$ 인 일차원 상자에 보존 입자 두개가 있다. 해밀토니안은

$$H(x, p) = \begin{cases} \frac{p_1^2 + p_2^2}{2m} & \text{for } x_1, x_2 \in [0, L] \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases}$$

로 주어진다. 이 계의 밀도 상태의 실공간 표현의 대각선 값  $\rho(x_1, x_2; x_1, x_2)$ 를 구하라.

5. 교재 165쪽 문제 9-2