

열 및 통계 물리 1 (Homework 2)

출제교수명: 정형채

제출일자: 2010. 10. 11. 월요일 15:00

자연과학 대학

학과

학년

학번:

성명:

- 문제지에 직접 답을 쓰지 말고 다른 종이에 풀어서 문제지를 표지로 하여 함께 철하여 제출하세요. 문제지에는 풀이 여부만 표시하세요. 완전히 푼 문제는 O표, 일부만 푼 문제는 삼각형, 안 푼 문제는 X표로 표시하세요.
- 제출시간 이후 제출한 것은 20% ~ 50%의 감점이 있습니다.

3. 교재 93쪽, 문제 6-6.

4. 교재 93쪽, 문제 6-7.

5. 교재 121쪽, 문제 7-1.

1. 스핀 1/2, 자기모멘트 μ 인 입자 N 개가 외부 자기장 \vec{B} 안에 놓여있다. 입자끼리의 상호 작용이 없어서 자기장 방향의 자기모멘트를 갖는 입자수가 n_1 , 그 반대 방향을 갖는 입자수가 $n_2 = N - n_1$ 인 경우 계의 에너지 U 가

$$U = -(n_1 - n_2)\mu B = (N - 2n_1)\mu B$$

로 주어지는 경우를 생각하자.

- (a) 계의 에너지가 $[U, U + dU]$ 구간에 있는 상태수 $\Omega(U; dU)$ 가

$$\Omega(U; dU) = \frac{N!}{\left(\frac{N}{2} - \frac{U}{2\mu B}\right)! \left(\frac{N}{2} + \frac{U}{2\mu B}\right)!} \left(\frac{dU}{2\mu B}\right)$$

로 주어짐을 보여라.

- (b) 이 계의 엔트로피 $S(U) = \ln \Omega(U)$ 를 구하라.
 (c) 절대 온도의 정의와 (b)의 결과를 이용하여 T 와 U 사이의 관계를 구하라.

2. 길이 L 인 일차원 상자속에 질량 m 인 자유 입자가 세 개가 들어있어 계의 Hamiltonian은 $x_i \in [0, L]$ 인 경우

$$H = \frac{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2}{2m}$$

이고 $x_i \notin [0, L]$ 인 경우 ∞ 이다. 계의 에너지 범위가 주어졌을 때, 계의 미시 상태 수를 양자역학적 방법과 고전적 방법으로 각각 구하려고 한다.

- (a) 고전 역학적으로, 에너지가 U 보다 작은 계의 상태 수 $\Sigma(U)$ 를 구하여라. 또, 이를 이용하여 에너지가 $[U, U + \delta U]$ 에 있는 상태수 $\Omega(U; \delta U)$ 를 구하여라.

- (b) 양자 역학적으로 계의 에너지 띠는

$$\begin{aligned} \epsilon(n_1, n_2, n_3) &= \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2) \\ &= (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2) \epsilon_0 \end{aligned}$$

로 주어진다. 여기서 ϵ_0 는 $\frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}$ 이고 n_i 는 자연수이다. 에너지가 $U = 10\epsilon_0$ 보다 작은 계의 상태수 $\Sigma_Q(10\epsilon_0)$ 을 구하라.

- (c) U 가 ϵ_0 보다 매우 클 때 $\epsilon(n_1, n_2, n_3) < U$ 를 만족하는 자연수쌍의 갯수를 근사적으로 계산하여 $U \gg \epsilon_0$ 인 경우의 $\Sigma_Q(U)$ 를 구하라.