

열 및 통계 물리 2 (Homework 1)

출제교수명: 정형채

제출일자: 2010. 03. 22. 일요일 15:00

자연과학 대학

학과

학년

학번:

성명:

- 문제지에 직접 답을 쓰지 말고 다른 종이에 풀어서 문제지를 표지로 하여 함께 철하여 제출하세요. 문제지에는 풀이 여부만 표시하세요. 완전히 푼 문제는 O표, 일부만 푼 문제는 삼각형, 안 푼 문제는 X표로 표시하세요.
- 제출시간 이후 제출한 것은 20% ~ 50%의 감점이 있습니다.
- 제출일 수업시간에 숙제 내용(wikipedia 영어해석 포함)에 대한 수시 고사를 시행할 수 있습니다.

1. [3점] 두 개의 Ising 스핀 (s_1, s_2)로 이루어진 계의 Hamiltonian이

$$H = -Js_1 \cdot s_2 - B(s_1 + s_2)$$

로 주어진다. 여기서 $s_i \in \{+1, -1\}$ 이고 $B = \frac{1}{2}J$ 이다. 이 계가 온도 $T = \frac{J}{\ln 2}$ 인 환경과 열적 평형 상태에 있다.

- (a) 이 계의 분배함수 (partition function)을 구하여라. (최종 답은 숫자로 적을 것.)
- (b) 두 스핀이 모두 up일 확률 $p(s_1 = 1, s_2 = 1)$ 을 구하여라. (최종 답은 숫자로 적을 것.)
- (c) 이 계의 엔트로피가

$$S = A \ln 2 + B \ln 3$$

의 형태로 주어짐을 보이고 A 와 B 를 구하여라.

(힌트: 엔트로피는 $s = -\sum_x p_x \ln p_x$ 로 주어짐.)

2. [4점] 세 개의 에너지 레벨, $-\epsilon, 0, \epsilon$ 을 가지는 1개의 입자로 이루어진 계를 생각하자. 이 계가 온도 T 인 Heat Reservoir와 평형 상태를 이룰 때,

- (a) 이 계의 에너지가 ϵ 일 확률을 구하라.
- (b) 이 계의 평균 에너지를 온도 T 의 함수로 구하라. 또, 온도가 0 및 무한대로 가는 극한에서의 평균에너지를 계산하고 그 결과를 직관적으로 설명하라.

3. [5점] 중력장 내에서 운동을 하는 질량 m 인 입자의 해밀토니안은

$$H = \begin{cases} \frac{p^2}{2m} + mgz & \text{for } z > 0 \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases}$$

로 주어진다. 이 입자가 온도 T 인 heat reservoir속에서 평형 상태에 있을 때, 입자의 평균 높이 $\langle z \rangle$ 및 평균 속력 $\langle v \rangle$ 를 구하라.

4. [4점] 원자가 흡착될 수 있는, 면적 A 인 결정체의 표면에 흡착된 원자의 운동은 2차원 이상기체 운동으로 기술된다고 가정하자. 흡착에너지를 ϵ_a 이라고 할 때, 표면계의 Hamiltonian은 $\vec{q}_i \in A$ 인 경우

$$H = \sum_{i=1}^N \left(\sum_{\alpha=1}^2 \frac{p_{i,\alpha}^2}{2m} - \epsilon_a \right)$$

이고 $\vec{q}_i \notin A$ 인 경우 ∞ 이다.

- (a) 표면의 온도가 T 이고 표면에 N 개의 흡착 원자가 있을 때, 바른틀 앙상블을 이용하여 자유 에너지 $F(A, N, T)$ 를 구하라.

- (b) 압력이 $p = -\left(\frac{\partial F}{\partial A}\right)_T$ 로 주어짐을 이용하여 이 계의 상태 방정식을 구하라.

5. [4점] 교재 121쪽, 7-2

6. [0점] 위키 피디아 (www.wikipedia.org)에서 다음 용어를 찾아 그 의미를 알아보자.

(en.wikipedia.org/wiki/Main_Page 참조).

- Equipartition Theorem