

열 및 통계 물리학 2 (Homework set 3)

출제교수명: 정형채

제출일자: 2009. 5. 6. 수요일 15:00

자연과학

학과

학년

학번:

성명:

- 문제지에 직접 답을 쓰지 말고 다른 종이에 풀어서 문제지를 표지로 하여 함께 철하여 제출하세요. 문제지에는 풀이 여부만 표시하세요. 완전히 푼 문제는 O표, 일부만 푼 문제는 삼각형, 안 푼 문제는 X표로 표시하세요.
- 마감 후 일주일 이내 제출된 것은 40% 감점되며, 일주일 이후에 제출된 것은 채점하지 않습니다.

1. 3개의 Fermion 입자로 이루어진 계의 상태가 ket state

$$\langle \vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3 | \phi_1, \phi_2, \phi_3 \rangle_a = \langle \vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3 | \widehat{\phi_1, \phi_2, \phi_3} \rangle$$

을 Slater 행렬식 방법으로 구하고  $|\phi_1, \phi_2, \phi_3\rangle_a$ 가

$$|\phi_1, \phi_2, \phi_3\rangle_a = \frac{1}{\sqrt{N!}} \sum_P (-1)^P P |\phi_1, \phi_2, \phi_3\rangle$$

의 형태로 주어짐을 보여라.

2. 부피  $V$ 인 3차원 Box속의 Boson 자유입자 2개로 이루어진 계가 온도  $T$ 인 환경과 평형상태에 있을 때, 이 계의 밀도 연산자를  $\rho$ 라고 하자. 이 계의 두 입자가  $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ 부근에서 발견될 확률의 밀도 함수

$$P(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = {}_s \langle \vec{r}_1, \vec{r}_2 | \rho | \vec{r}_1, \vec{r}_2 \rangle_s$$

를 계산하고 이를 고전적 확률밀도 함수와 비교하여  $e^{-\beta U_e(\vec{r}_1, \vec{r}_2)}$ 의 형태로 쓸 때, 유효 퍼텐셜  $U_e$ 를  $r = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$ 의 함수 구하고 대략적 형태를 그래프로 나타내라.

3. 양자 통계 역학에서 Grand Potential  $\Phi(T, V, \mu) = -T \ln Z_G$ 이

$$\Phi(T, V, \mu) = -T \frac{1}{a} \sum \ln(1 + aze^{-\beta \epsilon_i})$$

의 형태로 적을 수 있음을 보이고 Boson과 Fermion의 경우에 해당하는  $a$ 값을 구하라.

4. 에너지 레벨이  $\epsilon_1 = 0, \epsilon_2 = \epsilon, \epsilon_3 = 2\epsilon$ 인 3개의 state로 이루어진 계에 2개의 Fermion 입자가 놓여있다.

- (a) 가능한 전체 에너지 고유 상태는 3가지이다. 각각의 경우, 점유수 표현으로 나타내어고 에너지를 구하여라.
- (b) 온도  $T = \frac{\epsilon}{\ln 2}$ 인 열 저장실과 평형상태를 이루고 있을 때, 분배함수  $Z$ 를 구하고, 점유수 표현을 기저로 하여, 밀도 행렬을 표현하여라.
- (c)  $\epsilon_k$  state의 평균 점유수  $n_k$  ( $k = 1, 2, 3$ )를 구하여라.

5. 교재 167쪽, 식 (10-2)로부터

$$pV/T = \frac{V}{\lambda} g_{5/2}(z) - \ln(1 - z)$$

임을 보이고  $g_{5/2}(z)$ 를 적분 형태와 수열 합 형태로 나타내어라.