

열 및 통계 물리 2 (Homework 1)

출제교수명: 정형채

제출일자: 2009. 03. 23. 일요일 15:00

자연과학 대학

학과

학년

학번:

성명:

- 문제지에 직접 답을 쓰지 말고 다른 종이에 풀어서 문제지를 표지로 하여 함께 철하여 제출하세요. 문제지에는 풀이 여부만 표시하세요. 완전히 푼 문제는 O표, 일부만 푼 문제는 삼각형, 안 푼 문제는 X표로 표시하세요.
- 제출시간 이후 제출한 것은 20% ~ 50%의 감점이 있습니다.

1. [2점] 스핀 2개로 이루어진 계가

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}|\uparrow\uparrow\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|\downarrow\downarrow\rangle$$

인 상태에 있다. 여기서 $|\uparrow\downarrow\rangle$ 는 $|\uparrow_z\rangle_A |\downarrow_z\rangle_B$ 를 나타낸다.

- (a) 이 계의 상태를 밀도 연산자로 나타내고 $\{|\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\downarrow\downarrow\rangle\}$ 의 기저를 이용하여 밀도 행렬로 나타내라.
- (b) 스핀 B에 대한 부분 합을 수행하여 스핀 A의 상태를 밀도 행렬로 나타내고 순수 상태인지 혼합 상태인지 말하라.
- (c) 스핀 B의 상태를 밀도 행렬로 나타내고 순수 상태인지 혼합 상태인지 말하라.

2. [2점]

(a) 어떤 연산자 A가

$$A = \sum_k \lambda_k |\phi_k\rangle \langle \phi_k|$$

로 주어지면 $|\phi_k\rangle$ 가 고유치 λ_k 인 고유 상태임을 보여라.

- (b) 어떤 계가 밀도 행렬 $\rho = \sum_k p_k |\psi_k\rangle \langle \psi_k|$ 로 기술될 때, 연산자 G의 기대값 $\langle G \rangle = \text{Tr} G\rho$ 를 계산하고 p_k 의 의미를 기술하라.

3. [2점]

(a) 스핀 1/2인 입자의 x-방향의 스핀의 고유 상태 $|\uparrow_x\rangle$ 와 $|\downarrow_x\rangle$ 은

$$|\uparrow_x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow_z\rangle + |\downarrow_z\rangle)$$

$$|\downarrow_x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow_z\rangle - |\downarrow_z\rangle)$$

로 주어진다. $\{|\uparrow_z\rangle, |\downarrow_z\rangle\}$ 를 기저로 하여 $|\uparrow_x\rangle$ 및 $|\downarrow_x\rangle$ 을 행 벡터로 표현하라.

- (b) x-방향의 스핀 up 상태 $|\uparrow_x\rangle$ 60%와 down 상태 $|\downarrow_x\rangle$ 40%가 섞여있는 혼합(mixed) 상태를 z-방향의 스핀 고유 상태(eigen state)를 기저(basis)로 하여 행렬로 나타내라.

4. [4점] 스핀 1/2인 입자 하나씩으로 이루어진 A계와 B계가 couple되어 A+B계를 이루고 있다. 어떤 순간에 A+B계는 state ket

$$|\Psi_{AB}\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}|\uparrow_A\rangle(|\uparrow_B\rangle + \sqrt{3}|\downarrow_B\rangle) + \frac{1}{2\sqrt{2}}|\downarrow_A\rangle(\sqrt{3}|\uparrow_B\rangle + |\downarrow_B\rangle)$$

로 기술되는 pure 상태에 있다. 여기서 $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$ 은 z-방향의 스핀 up, down 상태를 각각 나타낸다.

- (a) A+B계의 현재 상태를 나타내는 밀도 상태 ρ_{AB} 를 구하라.
- (b) $\rho_A = \text{Tr}_B(\rho_{AB})$ 와 $\rho_B = \text{Tr}_A(\rho_{AB})$ 를 구하라.
- (c) 스핀 A의 x성분 S_A^x 의 기대값을 구하라.
- (d) 스핀 A의 z성분 S_A^z 를 측정하여 $+\frac{\hbar}{2}$ 가 나왔다. 측정후 B-spin의 밀도 상태를 구하라.

5. [0점] 위키 피디아 (www.wikipedia.org)에서 다음 용어를 찾아 그 의미를 알아보자.

(en.wikipedia.org/wiki/Main_Page 참조).

- Density Operator