

# 열 및 통계 물리 1 (Homework 5)

출제교수명: 정형채

제출일자: 2008. 11. 28.    금요일    15:00

자연과학 대학

학과

학년

학번:

성명:

- 문제지에 직접 답을 쓰지 말고 다른 종이에 풀어서 문제지를 표지로 하여 함께 철하여 제출하세요. 문제지에는 풀이 여부만 표시하세요. 완전히 푼 문제는 O표, 일부만 푼 문제는 삼각형, 안 푼 문제는 X표로 표시하세요.
- 제출시간 이후 제출한 것은 20% ~ 50%의 감점이 있습니다.
- 제출일 수업시간에 숙제 내용(wikipedia 영어해석 포함)에 대한 수시 고사를 시행할 수 있습니다.

1. 구분 불가능한  $N$ 개의 단원자로 이루어진 기체가 조화 진동자 포텐셜 안에 있다. 이 경우 Hamiltonian,  $H$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$H = \sum_{\alpha=1}^N \sum_{i=1}^3 \left( \frac{p_{\alpha,i}^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 r_{\alpha,i}^2 \right). \quad (1)$$

여기서  $r_{\alpha,i}$ 와  $p_{\alpha,i}$ 는  $\alpha$  ( $\alpha = 1, \dots, N$ ) 번째 입자의 좌표와 운동량의  $i$  ( $i = x, y, z$ ) 성분을 각각 나타내고  $m$ 은 입자의 질량이고  $m\omega^2$ 는 조화 진동자 용수철 상수이다.

- (a) 절대온도  $T$ 인 저장실(reservoir)과 열적 평형상태를 이룰 때, 고전적 분배함수(partition function)가  $Z(T, \omega, N)$ 이

$$Z(T, \omega, N) = \frac{1}{N!} \left[ \frac{T}{\hbar\omega} \right]^{3N} \quad (2)$$

로 주어짐을 보여라.

- (b) Helmholtz 자유에너지는  $F = -T \ln Z$ 로 주어진다. 화학 포텐셜(chemical potential)  $\mu = \frac{\partial F}{\partial N}$ 가

$$\mu = T \left[ \ln N - 3 \ln \frac{T}{\hbar\omega} \right] \quad (3)$$

로 주어짐을 보여라.

- (c) Potential밖의 저장실과 입자를 교환할 때, 계의 입자 수 평균은 저장실의 화학 포텐셜에 의해 조정되고, 대분배함수  $Z_G = \sum_N \zeta^N Z(T, \omega, N)$ 을 고려하여 구할 수 있다. 여기서  $\zeta = e^{\beta\mu}$ 임. 화학 포텐셜  $\mu$ , 온도  $T$ 를 갖는 저장실과 평형상태를 이루고 있을 때 대분배함수  $Z_G$ 와 평균 입자수  $\langle N \rangle$ 를 구하라. 이로부터  $\mu$ 를  $\langle N \rangle, \omega, T$ 의 함수로 표시하면, (b)와 같은 결과가 됨을 보여라.

2. 27°C의 500 ml 먹는 샘물을 7°C의 열저장고 (heat reservoir)과 접촉시켜서 준정적과정으로 물의 온도를 7°C로 내렸다.

- (a) 변화된 온도 범위에서 정적 비열이 일정하다고 가정하고 물의 열 용량을 대략적으로 계산한 후, 이를 이용하여 물의 엔트로피 변화량을 구하라.

- (b) 열저장고는 정의에 의해 온도가 일정하게 유지된다. 열저장고의 엔트로피 변화량을 구하고, 열저장고와 물로 이루어진 전체 계의 엔트로피 변화량을 구하라.

- (c) 같은 양의 27°C 물을 먼저 17°C 열저장고와 접촉시켜서 물의 온도를 17°C로 내린 다음 7°C의 열저장고와 접촉시켜서 물의 온도를 7°C로 내린 경우의 전체 엔트로피 변화량을 구하라.

3. (a) 어떤 물질의 정적 열용량이  $C_V$ 일 때, 준정적 과정의 엔트로피 변화는

$$dS = \frac{C_V}{T} dT + \frac{p}{T} dV \quad (4)$$

로 주어짐을 보여라 .

- (b) Hamiltonian이

$$H = -J \sum_{k=1}^N S_k \cdot S_{k+1} \quad (5)$$

로 주어지는  $N$ 개의 입자로 이루어진 강자성 물질을 생각하자. 여기서  $S_k \in \{-1, +1\}$ 은  $k$ 번째 입자의 스핀이다. 이 계의  $T = 0$ 와  $T = \infty$ 의 엔트로피를 생각하여

$$\int_0^\infty \frac{C_V}{T} dT \quad (6)$$

를 구하라.

4. 교재 134쪽, 8-2

5. 교재 43쪽, 3-4 [도움:  $dW = \mu_z dB$ 임.]

6. [0점] 위키 피디아 (www.wikipedia.org)에서 다음 용어를 찾아 그 의미를 알아보자.

(en.wikipedia.org/wiki/Main\_Page 참조).

- Helmholtz Free Energy