

열 및 통계 물리 2 (Homework 4)

출제교수명: 정형채

제출일자: 2008. 05. 14. 수요일 15:00

자연과학 대학

학과

학년

학번:

성명:

- 문제지에 직접 답을 쓰지 말고 다른 종이에 풀어서 문제지를 표지로 하여 함께 철하여 제출하세요. 문제지에는 풀이 여부만 표시하세요. 완전히 푼 문제는 O표, 일부만 푼 문제는 삼각형, 안 푼 문제는 X표로 표시하세요.
- 제출시간 이후 제출한 것은 20% ~ 50%의 감점이 있습니다.
- **5월 14일 수시고사**가 있습니다.

1. [2점] 스핀 2개로 이루어진 계가

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}|\uparrow\uparrow\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|\downarrow\downarrow\rangle$$

인 상태에 있다. 여기서 $|\downarrow\downarrow\rangle$ 는 $|\downarrow_z\rangle_A |\downarrow_z\rangle_B$ 를 나타낸다.

- (a) 이 계의 상태를 밀도 연산자로 나타내고 $\{|\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\downarrow\downarrow\rangle\}$ 의 기저를 이용하여 밀도 행렬로 나타내라.
- (b) 스핀 B에 대한 부분 합을 수행하여 스핀 A의 상태를 밀도 행렬로 나타내고 순수 상태인지 혼합 상태인지 말하라.
- (c) 스핀 B의 상태를 밀도 행렬로 나타내고 순수 상태인지 혼합 상태인지 말하라.

2. [2점]

(a) 어떤 연산자 A 가

$$A = \sum_k \lambda_k |\phi_k\rangle \langle \phi_k|$$

로 주어지면 $|\phi_k\rangle$ 가 고유치 λ_k 인 고유 상태임을 보여라.

(b) 어떤 계가 밀도 행렬 $\rho = \sum_k p_k |\psi_k\rangle \langle \psi_k|$ 로 기술될 때, 연산자 G 의 기대값 $\langle G \rangle = \text{Tr } G\rho$ 를 계산하고 p_k 의 의미를 기술하라.

3. [2점] 파벳터에 대한 이산 합, $\sum_{\vec{k}} f(\vec{k})$ 가

$$\sum_{\vec{k}} f(\vec{k}) \approx A \int f(\vec{k}) d^3k$$

의 형태로 근사되기 위한 조건을 기술하고 A 값을 구하라.

4. [2점] 자유입자에 대한 밀도행렬의 실공간 표현, $\rho_{\vec{r}'\vec{r}}$ 이

$$\rho_{\vec{r}'\vec{r}} = \frac{1}{V} e^{-\pi \frac{(\vec{r}' - \vec{r})^2}{\lambda^2}}$$

로 주어짐을 보여라.

5. [2점;예습] (입자 1개가 있을 때) 3개의 에너지 고유 상태를 가지는 계에 2개의 입자를 분포시키려고 한다.

- (a) 구분 불가능한 고전 입자 (맥스웰-볼츠만 입자)인 경우 분포 가능한 배열의 수를 구하라.
- (b) 보즈 입자인 경우 분포 가능한 배열의 수를 구하라.
- (c) 페르미 입자인 경우 분포 가능한 배열의 수를 구하라.

6. [0점] 위키 피디아 (www.wikipedia.org)에서 다음 용어를 찾아 그 의미를 알아보자.

(en.wikipedia.org/wiki/Main_Page 참조).

- Bose-Einstein Condensation