

## 열 및 통계 물리 2 (Homework 2)

출제교수명: 정형채

제출일자: 2007. 05. 01. 화요일 15:00

자연과학 대학

학과

학년

학번:

성명:

- 문제지에 직접 답을 쓰지 말고 다른 종이에 풀어서 문제지를 표지로 하여 함께 철하여 제출하세요. 문제지에는 풀이 여부만 표시하세요. 완전히 푼 문제는 O표, 일부만 푼 문제는 삼각형, 안 푼 문제는 X표로 표시하세요.
- 제출시간 이후 제출한 것은 20% ~ 50%의 감점이 있습니다.

1. 세 개의 에너지 레벨,  $-\epsilon, 0, \epsilon$ 을 가지는 1개의 입자로 이루어진 계를 생각하자. 이 계가 온도  $T$ 인 Heat Reservoir와 평형 상태를 이룰 때,

(a) 이 계의 에너지가  $\epsilon$ 일 확률을 구하라.

(b) 이 계의 평균 에너지를 온도  $T$ 의 함수로 구하라. 또, 온도가 0 및 무한대로 가는 극한에서의 평균 에너지를 계산하고 그 결과를 직관적으로 설명하라.

2. 중력장 내에서 운동을 하는 질량  $m$ 인 입자의 해밀토니안은

$$H = \begin{cases} \frac{p^2}{2m} + mgz & \text{for } y > 0 \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases}$$

로 주어진다. 이 입자가 온도  $T$ 인 heat reservoir속에서 평형 상태에 있을 때, 입자의 평균 높이  $\langle z \rangle$  및 평균 속력  $\langle v \rangle$ 를 구하라.

3. 서로 구별할 수 있는  $N$ 개의 3차원 조화 진동자로 이루어진 계가 온도  $T$ 인 열원과 평형상태에 있다. 조화 진동자 계의 해밀토니안은

$$\begin{aligned} H(\{\vec{q}_i, \vec{p}_i\}) &= \sum_{i=1}^N \left( \frac{1}{2} k \vec{q}_i^2 + \frac{\vec{p}_i^2}{2m} \right) \\ &= \sum_{i=1}^N \left( \frac{1}{2} m \omega^2 \vec{q}_i^2 + \frac{\vec{p}_i^2}{2m} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

로 주어진다. 여기서  $k = m\omega^2$ 는 용수철 상수이다.

(a) 분배함수  $Z(T)$ 을 고전 역학적 방법으로 구하라.

(b) 평균 에너지  $\langle E \rangle$ 와 비열  $C(T) = \frac{\partial \langle E \rangle}{\partial T}$ 를 구하라.

(c) Helmholtz 자유에너지  $F = -T \log Z$ 를 구하고  $S = -\frac{\partial F}{\partial T}$ 로부터 엔트로피를 구하라.

(d)  $i$ -번째 입자의 원점으로 부터의 평균거리  $R_i = \sqrt{\langle \vec{q}_i^2 \rangle}$ 를 구하라.

4. 전하  $e$ 를 가지는 스핀 1인 입자가 있다. 이 입자 한 개의 자기 모멘트는

$$\begin{aligned} \vec{\mu} &= \frac{ge}{2mc} \vec{S} \\ &= \mu \vec{s} \end{aligned}$$

로 적을 수 있다. 여기서  $\mu = \frac{ge}{2mc}$ 이고,  $\vec{s}$ 의  $z$ 성분  $s_z$ 는  $s_z \in \{+1, 0, -1\}$ 을 만족한다. 이와 같은 입자  $N$ 개로 이루어진 상자성 계의 해밀토니안은

$$\begin{aligned} H &= - \sum_k \mu_k \cdot \vec{B} \\ &= -\mu B \sum_k s_k^z \end{aligned}$$

로 주어진다. 이 계의 분배함수  $Z(N, B, T)$ 와 자화률  $\chi(N, T)$ 를 구하여라.

5. 교재 134쪽, 문제 8-1.