

열 및 통계 물리 2 (Homework 1)

출제교수명: 정형채

제출일자: 2007. 03. 29. 목요일 15:00

자연과학 대학

학과

학년

학번:

성명:

- 문제지에 직접 답을 쓰지 말고 다른 종이에 풀어서 문제지를 표지로 하여 함께 철하여 제출하세요. 문제지에는 풀이 여부만 표시하세요. 완전히 푼 문제는 O표, 일부만 푼 문제는 삼각형, 안 푼 문제는 X표로 표시하세요.
- 제출시간 이후 제출한 것은 20% ~ 50%의 감점이 있습니다.

1. [4점] 면적 $A = L^2$ 인 2차원 면적속에서 서로 구분할 수 없는 N 개의 이상기체 입자로 이루어진 계가 있다. 이 계의 해밀토니안은

$$H(\{q_i, p_i\}) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{2N} \frac{p_i^2}{2m} & \forall q_i \in [0, L] \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases}$$

로 주어진다.

- (a) [1점] 작은 바른틀 앙상블을 이용하여 이 계의 에너지가 U 일 때의 엔트로피 $S(N, A, U)$ 를 구하라.
- (b) [1점] 위에 주어진 고립계 두 개를 합쳐, 면적 $2A$, 입자수 $2N$, 에너지 $2U$ 인 계를 만들면, 그 계의 엔트로피는 합치기 전 두 계의 엔트로피 합과 같음을 보여라.
- (c) [2점] 입자수 N_1 , 면적 A_1 , 에너지 U_1 인 계의 엔트로피를 S_1 , 입자수 N_2 , 면적 A_2 , 에너지 U_2 인 계의 엔트로피를 S_2 라고 할 때, 두 계의 엔트로피 합 $S_1 + S_2$ 가 입자수 $N = N_1 + N_2$, 면적 $A = A_1 + A_2$, 에너지 $U = U_1 + U_2$ 인 계의 엔트로피 $S(N_1 + N_2, A_1 + A_2, U_1 + U_2)$ 와 같기 위한 일반적 조건을 구하라.

2. [2점] 서로 구분할 수 있는 2차원 이상기체를 생각해보자. 이 경우도 계의 해밀토니안은 식(1)로 주어진다.

- (a) 서로 구분할 수 있는 경우 1번 (a)에서 구한 엔트로피는 어떻게 변하는가?
- (b) 이 경우, 고립계 두 개를 합쳐, 면적 $2A$, 입자수 $2N$, 에너지 $2U$ 인 계를 만들면, 그 계의 엔트로피는 얼마나 증가하는지 계산하고 그 의미를 기술하라.

3. [2점] 3차원 이상기체를 생각해보자. 이 계의 엔트로피는 교재 91쪽, 식 (6-61)의 Sackur-Tetrode식으로 주어진다.

- (a) Sackur-Tetrode식은

$$S = N \left[\frac{5}{2} - \ln(n\lambda^3) \right]$$

의 형태로 적을 수 있음을 보이고 λ 를 구하라. 여기서 $n = N/V$ 는 입자 수의 밀도이다.

- (b) 작은 바른틀 앙상블에서 온도 정의를 적고, 에너지 U 는

$$U = \frac{3}{2}NT$$

로 주어짐을 보여라. 또, (a)에서 구한 λ 를 온도 T 의 함수로 나타내어라.

- (c) 자유 에너지 $F = U - TS$ 임을 이용하여, F 가

$$F = NT[\ln n\lambda^3 - 1]$$

로 주어짐을 보여라.

4. [2점] 교재 93쪽, 문제 6-1.