

열 및 통계 물리 1 (Homework 5)

출제교수명: 정형채

제출일자: 2004. 11. 25. 목요일 10:00

자연과학 대학

학과

학년

학번:

성명:

○ 마감 후 제출: 40% 감점

1. [예습] 열기관의 효율  $\eta$ 의 정의를 적고  $\eta < 1$ 임을 보여라.
2. [예습] 교재 63 쪽의 식(5-10), 64 쪽의 식(5-17), 66 쪽의 식(5-24)에 잘못된 인쇄를 고쳐라.
3. 길이  $L$ 인 1차원 상자 속에 질량  $m$ 인 자유 입자 2개가 들어있다. 즉, 계의 Hamiltonian은  $x_i \in [0, L]$ 인 경우

$$H = \frac{p_1^2 + p_2^2}{2m} \quad (1)$$

이고  $x_i \notin [0, L]$ 인 경우  $\infty$ 이다. 계의 에너지 범위가 주어졌을 때, 계의 미시 상태 수를 양자역학적 방법과 고전적 방법으로 각각 구하려고 한다.

(a) 양자 역학적으로 계의 에너지는

$$\begin{aligned} E(n_1, n_2) &= \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (n_1^2 + n_2^2) \\ &= (n_1^2 + n_2^2) E_0 \end{aligned}$$

로 주어진다. 여기서  $E_0$ 는  $\frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}$  이다. 에너지가  $E$ 보다 작은 계의 상태수,  $\Sigma_{qm}(E)$ 의 근사값을 구하라. (단,  $n \gg 1$ 임)

(b) 고전 역학적으로, 에너지가  $E$ 보다 작은 상태 수  $\Sigma(E)$ 를 구하고 (a)의 결과와 비교하라.

4. 열역학 큰퍼텐셜  $\Phi$ 는

$$\begin{aligned} \Phi &= F - \mu N \\ &= U - TS - \mu N \end{aligned}$$

으로 정의된다.

(a) 내부 에너지  $U$ 가 엔트로피,  $S$ , 부피  $V$ , 입자수  $N$ 의 함수임을 이용하여  $d\Phi$ 를 구하고  $\Phi$ 가 어떤 변수의 함수인지 밝혀라. 또, 압력  $p$ , 평균 입자수  $N$ , 엔트로피  $S$ 를  $\Phi$ 의 편미분 형태로 나타내라.

(b)  $\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right)$  를 이용하여, 열역학 큰 퍼텐셜  $\Phi$ 로부터 유도되는 열역학 변수들 사이의 Maxwell 관계식을 모두 구하라.

5. 교재 59쪽, 문제 4-4.