

열 및 통계 물리학 2 (Homework set 1)

출제교수명: 정형채

제출일자: 2004. 3. 18. 목요일 11:00

자연과학

학과

학년

학번:

성명:

- 문제지에 직접 답을 쓰지 말고 다른 종이에 풀어서 문제지를 표지로 하여 함께 철하여 제출하세요. 문제지에는 풀이 여부만 표시하세요. 완전히 푼 문제는 O표, 일부만 푼 문제는 삼각형, 안 푼 문제는 X표로 표시하세요.
- 제출시간 이후 제출한 것은 20% ~ 50%의 감점이 있습니다.

1. 면적 $A = L^2$ 인 이차원 BOX속에서 서로 구별할 수 있는 N 개의 입자로 이루어진 이상기체가 고립된 상태에 있다. 이 계의 해밀토니안은

$$H(\{q_i, p_i\}) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{2N} \frac{p_i^2}{2m} & \forall q_i \in [0, L] \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

로 주어진다.

- (a) 작은 바른틀 앙상블을 이용하여, 이 계의 에너지가 E 일 때, 엔트로피 S 를 구하고 온도의 정의를 이용하여

$$E = NT$$

임을 보여라.

- (b) Helmholtz 자유에너지 $F = E - TS$ 를 T, A, N 의 함수로 구하고, 상태방정식을 구하라.

2. 식(1)로 해밀토니안이 주어지는 면적 $A = L^2$ 인 이차원 BOX속에서 서로 구별할 수 있는 N 개의 입자로 이루어진 이상기체가 온도 T 인 열원과 열적 평형 상태에 있다.

- (a) 바른틀 앙상블을 이용하여 이 계의 분배 함수 Z 를 구하고 Helmholtz 자유에너지 F 와 상태 방정식을 구하라.

- (b) 이 계의 엔트로피 S 는 $S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_A$ 로 주어진다. 이 계의 엔트로피를 구하고 1번에서 구한 엔트로피와 일치함을 보여라.

3. 서로 구별할 수 있는 N 개의 3차원 조화 진동자로 이루어진 계가 온도 T 인 열원과 평형 상태에 있다. 조화 진동자 계의 해밀토니안은

$$\begin{aligned} H(\{\vec{q}_i, \vec{p}_i\}) &= \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} k \vec{q}_i^2 + \frac{\vec{p}_i^2}{2m} \\ &= \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m \omega^2 \vec{q}_i^2 + \frac{\vec{p}_i^2}{2m} \end{aligned} \quad (2)$$

로 주어진다. 여기서 $k = m\omega^2$ 는 용수철 상수이다.

- (a) 분배함수 $Z(T)$ 을 고전 역학적 방법으로 구하라.

- (b) 평균 에너지 $\langle E \rangle$ 와 비열 $C(T) = \frac{\partial \langle E \rangle}{\partial T}$ 를 구하라.

- (c) Helmholtz 자유에너지 $F = -T \log Z$ 를 구하고 $S = -\frac{\partial F}{\partial T}$ 로부터 엔트로피를 구하라.

- (d) i -번째 입자의 원점으로 부터의 평균거리 $R_i = \sqrt{\langle \vec{q}_i^2 \rangle}$ 를 구하라.

4. 지상에 수직으로 놓여진 실린더에 단원자 이상기체가 들어있다. 무시될 정도로 작은 무게를 갖는 플라스틱 피스톤으로 실린더 위쪽이 막혀있다. 피스톤은 실린더 안쪽 면을 따라 움직일 수 있다. 초기에 실린더 내부의 압력은 대기압 p_a 와 평형상태를 이루고 있고 이때, 부피는 V_0 , 온도는 T_0 이다. 이 상태에서 피스톤위에 질량 M 인 돌을 올려 놓았다. 피스톤이 내려가 새로운 평형상태에 도달했을 때의 부피 V 를 다음 과정으로 구하라. 모든 과정은 열적으로 단열된 상태에서 이루어진다.

- (a) 새로운 평형 상태에 도달했을 때의 내부 기체의 압력 P 는 $PA = P_a A + Mg$ 를 만족한다. 이상기체 상태방정식을 이용하여, 부피 V 는

$$V = \frac{NT}{p_a + \frac{Mg}{A}}$$

로 주어짐을 보여라. 여기서 T 는 새로운 평형상태의 온도이다.

- (b) 중력이 이 계에 한 일을 구하고 이를 이용하여 새로운 평형상태의 온도가

$$T = \frac{3}{5}T_0 + \frac{2}{5} \frac{(P_a + Mg/A)V_0}{N}$$

로 주어짐을 보여라.

- (c) 새로운 평형상태에 도달했을 때의 나중 부피 V 를 구하라.

5. 교재 121쪽, 문제 7-1