

# 열 및 통계 물리 1 (Homework 5)

출제교수명: 정형채

제출일자: 2003. 11. 25. 화요일 14:00

자연과학 대학

학과

학년

학번:

성명:

- 문제지에 직접 답을 쓰지 말고 다른 종이에 풀어서 문제지를 표지로 하여 함께 철하여 제출하세요. 문제지에는 풀이 여부만 표시하세요. 완전히 푼 문제는 O표, 일부만 푼 문제는 삼각형, 안 푼 문제는 X표로 표시하세요.
- 제출시간 이후 제출한 것은 20% ~ 50%의 감점이 있습니다.

1. [6점] 온도  $T$ 인 열저장고와 열적 평형상태에 있는 계가 있다.

(a) 이 계가 미시적 상태  $x$ 에 있을 확률  $P_x$ 는

$$P_x = \frac{1}{Z} e^{-E_x/T}$$

의 형태로 적을 수 있음을 보이고,  $Z$ 를 구하라.

(b) 이 계가 평균에너지  $U$ 인 거시적 상태에 있을 확률  $P_U$ 가

$$P_U = \frac{1}{Z} e^{-F/T}$$

의 형태로 적을 수 있음을 보여라. 여기서 자유에너지  $F$ 는  $F = U - TS$ 이다.

(c)  $0^\circ\text{C}$  물 10g의 에너지, 엔트로피, 자유에너지를 각각  $U_w, S_w, F_w$ 라 하고  $0^\circ\text{C}$  얼음 10g의 에너지, 엔트로피, 자유에너지를 각각  $U_i, S_i, F_i$ 라 할 때,  $\Delta U = U_w - U_i, \Delta S = S_w - S_i, \Delta F = F_w - F_i$  를 구하라. (힌트: 얼음이 물로 녹는동안 얼음이 하는 일은 없어, 상변화시 받은 융해열만큼 내부에너지가 증가한다.)

(d) 기온이  $0^\circ\text{C}$ 보다 조금만 높으면 얼음이 녹고, 기온이  $0^\circ\text{C}$ 보다 조금만 낮으면 물이 어는 현상을 엔트로피로 설명하라. 예를 들어, 기온이  $0.1^\circ\text{C}$ 인 대기 중에 얼음 10g을 놓았을 때, 충분한 시간이 지난 후에도 녹지 않을 확률을 대략적으로 구하라. 또, 기온이  $-0.1^\circ\text{C}$ 인 대기 중에 물 10g을 놓았을 때, 충분한 시간이 지난 후에도 얼지 않을 확률을 대략적으로 구하라.

(e)  $0^\circ\text{C}$  얼음 10g을  $27^\circ\text{C}$ 의 많은 양의 흐르는 물 속에 넣었다. 시간이 충분히 지난 후에도 녹지않고  $0^\circ\text{C}$  얼음상태로 있을 확률을 구하라. (힌트:  $0^\circ\text{C}$  얼음이  $0^\circ\text{C}$  물이 될 때 전체 엔트로피 변화와  $0^\circ\text{C}$  물이  $27^\circ\text{C}$  물이 될 때 전체 엔트로피 변화를 모두 고려하여 처음 상태와 나중 상태의 상태 수를 비교할 것)

(f) 얼음을 정지한 물보다 흐르는 물속에 넣은 경우 더 잘 녹는이유는 무엇이지 (e)의 계산과정을 통하여 설명하라.

2. [4점] 열역학 큰퍼텐셜  $\Phi$ 는

$$\begin{aligned} \Phi &= F - \mu N \\ &= U - TS - \mu N \end{aligned}$$

으로 정의된다.

(a) 내부 에너지  $U$ 가 엔트로피,  $S$ , 부피  $V$ , 입자수  $N$ 의 함수임을 이용하여  $d\Phi$ 를 구하고  $\Phi$ 가 어떤 변수의 함수인지 밝혀라. 또, 압력  $p$ , 평균 입자수  $N$ , 엔트로피  $S$ 를  $\Phi$ 의 편미분 형태로 나타내라.

(b)  $\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right)$  를 이용하여, 열역학 큰 퍼텐셜  $\Phi$ 로부터 유도되는 열역학 변수들 사이의 Maxwell 관계식을 모두 구하라.