

열 및 통계 물리 1 (Homework 3)

출제교수명: 정형채

제출일자: 2003. 10. 30. 목요일 14:00

자연과학 대학

학과

학년

학번:

성명:

- 문제지에 직접 답을 쓰지 말고 다른 종이에 풀어서 문제지를 표지로 하여 함께 철하여 제출하세요. 문제지에는 풀이 여부만 표시하세요. 완전히 푼 문제는 O표, 일부만 푼 문제는 삼각형, 안 푼 문제는 X표로 표시하세요.
- 제출시간 이후 제출한 것은 20% ~ 50%의 감점이 있습니다.
- 필요시 다음을 이용하세요

$$\int_{aq^2+bp^2=E} dq dp = \frac{1}{\sqrt{ab}} \int_{s^2+t^2=E} ds dt$$

1. [예습] 열역학 0, 1, 2, 3법칙을 적고 그 의미를 간단히 기술하라.
2. [예습] 교재 43쪽, 문제 3-2.
3. 세 부분계 A, B, C로 이루어진 결합계 T가 있다. 각 부분계의 자유도는 각각 $f_A = 2$, $f_B = 4$, $f_C = 6$ 이다. 결합계의 총에너지가 $E_T = 6$ 이고 각각의 부분계는 자유도의 에너지를 가질 수 있다. 각각의 부분계의 상태수가 $\Omega_k \sim E_k^{f_k/2}$ 의 형태를 가질 때 ($k \in \{A, B, C\}$), 결합계의 모든 에너지 분포에 대한 상태수를 구하고 가장 가능한 에너지 분포 및 그 확률을 구하라.
4. 서로 구별할 수 있는 N개의 3차원 조화 진동자로 이루어진 계의 해밀토니안은

$$\begin{aligned} H(\{\vec{q}_i, \vec{p}_i\}) &= \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} k \vec{q}_i^2 + \frac{\vec{p}_i^2}{2m} \\ &= \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m \omega^2 \vec{q}_i^2 + \frac{\vec{p}_i^2}{2m} \end{aligned} \quad (1)$$

로 주어진다. 여기서 $k = m\omega^2$ 는 용수철 상수이다.

- (a) 계의 에너지가 $E \sim E + \Delta E$ 에 있는 상태수 $\Omega(\omega, E, N)$ 가

$$\Omega(\omega, E, N) = \frac{1}{(3N)!} \left(\frac{E}{\hbar\omega} \right)^{3N} \left(\frac{3N\Delta E}{E} \right)$$

임을 보여라.

- (b) 이 계의 엔트로피 $S(\omega, E, N)$ 가

$$S(\omega, E, N) = 3N \left[1 + \ln \left(\frac{E}{3N\hbar\omega} \right) \right]$$

임을 보여라.

- (c) 작은 바른틀 앙상블의 온도 정의를 적고 이를 이용하여

$$E = 3NT$$

임을 보여라.

5. 길이 L인 1차원 상자 속에 질량 m인 자유 입자 2개가 들어있다. 즉, 계의 Hamiltonian은 $x_i \in [0, L]$ 인 경우

$$H = \frac{p_1^2 + p_2^2}{2m} \quad (2)$$

이고 $x_i \notin [0, L]$ 인 경우 ∞ 이다. 계의 에너지 범위가 주어졌을 때, 계의 미시 상태 수를 양자역학적 방법과 고전적 방법으로 각각 구하려고 한다.

- (a) 양자 역학적으로 계의 에너지는

$$\begin{aligned} E(n_1, n_2) &= \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (n_1^2 + n_2^2) \\ &= (n_1^2 + n_2^2) E_0 \end{aligned}$$

로 주어진다. 여기서 E_0 는 $\frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}$ 이다. 에너지가 $E_a = 6E_0$ 보다 작은 계의 상태수를 구하라.

- (b) 고전 역학적으로, $E < E_a$ 인 계의 상태 수 Ω 는

$$\Omega = \frac{V(E_a)}{h^2}$$

로 주어진다. 여기서 $V(E_a)$ 는 $E < E_a$ 인 위상 공간의 부피이다. 위상공간의 부피

$$V(E_a) = \int_{H(x_1, x_2, p_1, p_2) < E_a} dx_1 dx_2 dp_1, dp_2$$

를 구하고 계의 상태 수 Ω 를 말하라.