

열 및 통계 물리학 2 (Homework set 3)

출제교수명: 정형채

제출일자: 2003. 4. 10. 목요일 16:00

자연과학대학

학과

학년

학번:

성명:

○ 문제지를 표지로 하여 함께 철하여 제출하세요. 문제지에는 풀이 여부만 표시하세요. 완전히 푼 문제는 O표, 일부만 푼 문제는 삼각형, 안 푼 문제는 X표로 표시하세요.

1. [4점] 열린 계의 입자수 요동 $\langle(\Delta N)^2\rangle$ 과 등온 압축률 χ_T 사이의 관계식

$$\frac{\langle(\Delta N)^2\rangle}{N^2} = \frac{T}{V} \chi_T \quad (1)$$

를 다음 과정을 통하여 유도하라.

(a) 대 분배함수를 Z_G 라 할 때,

$$\langle(\Delta N)^2\rangle = T \left(\frac{\partial N}{\partial \mu} \right)_{T,V} \quad (2)$$

임을 증명하라.

(b) 교재 식 (8-27)로부터

$$G = \mu N$$

임을 보이고, 교재 식 (4-17)을 이용하여

$$d\mu = vdp - sdT \quad (3)$$

임을 보여라. 여기서 $v = V/N$ 와 $s = S/N$ 은 입자 하나당 부피와 엔트로피이다.

(c) 온도가 고정된 (즉, $dT = 0$ 인) 경우

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial v} \right)_T = v \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_T$$

임을 식 (??)으로부터 보이고, 여기에 미분의 체인룰

$$\frac{\partial f}{\partial v} = \left(\frac{\partial f}{\partial V} \right)_N \left(\frac{\partial V}{\partial v} \right) + \left(\frac{\partial f}{\partial N} \right)_V \left(\frac{\partial N}{\partial v} \right)$$

을 적용하여

$$N \left(\frac{\partial \mu}{\partial V} \right)_{T,N} = \frac{N^2}{V} \left(\frac{\partial \mu}{\partial N} \right)_{T,V} + V \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_{T,N} - N \left(\frac{\partial p}{\partial N} \right)_{T,V}$$

임을 보여라.

(d) 교재 식 (8-23,8-28,8-37)로부터

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial V} \right)_{T,N} = 0$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial N} \right)_{T,V} = 0$$

임을 보이고, 이를 이용하여

$$\frac{N^2}{V} \left(\frac{\partial \mu}{\partial N} \right)_{T,V} = \frac{1}{\chi_T} \quad (4)$$

임을 보여라.

(e) 식 (2)와 (??)로부터 식 (1)을 유도하라.

2. [2점] Liboff, Introductory QM 531쪽, 문제 11.45

3. [2점] Liboff, Introductory QM 532쪽, 문제 11.47

4. [2점] 교재 134쪽, 문제 8-3.