

열 및 통계 물리 2 (Homework set 5)

출제교수명: 정형채

제출일자: 2002. 6. 4. 화요일 오후 3 시

자연과학 대학

학과

학년

학번:

성명:

○ 문제지에 직접 답을 쓰지 말고 다른 종이에 풀어서 문제지를 표지로 하여 함께 철하여 제출하세요. 문제지에는 풀이 여부만 표시하세요. 완전히 푼 문제는 O표, 일부만 푼 문제는 삼각형, 안 푼 문제는 X표로 표시하세요.

○ 마감시간 이 후 제출한 것은 20% ~ 50%의 감점이 있음

1. [6점]

(a) 부피  $V$ 인 3차원 상자속의  $N$ 개의 단원자로 이루어진 이상 기체가 있다. 이 경우 Hamiltonian은  $\vec{q}_i \in V$ 인 경우

$$H = \sum_{i=1}^N \sum_{\alpha=1}^3 \frac{p_{i,\alpha}^2}{2m} \quad (1)$$

이고  $\vec{q}_i \notin V$ 인 경우  $\infty$ 이다. 이 기체(gas) 계의 온도가  $T_g$ 일 때, 바른틀 앙상블을 이용하여 자유 에너지  $F(V, N, T_g)$ 를 구하라.

(b) 위 계의 화학 퍼텐셜  $\mu$ 를 온도  $T_g$ 와 입자 밀도  $n_g := N/V$ 의 함수로 구하라.

(c) 위의 기체속에 원자가 흡착될 수있는, 면적  $A$ 인 결정체의 표면이 노출되어있다. 흡착에너지는  $\epsilon_a$ 이고 표면에 흡착된 원자의 운동은 2차원 이상기체 운동으로 기술된다고 가정하자. 즉 표면계의 Hamiltonian은  $\vec{q}_i \in A$ 인 경우

$$H = \sum_{i=1}^N \left( \sum_{\alpha=1}^2 \frac{p_{i,\alpha}^2}{2m} - \epsilon_a \right) \quad (2)$$

이고  $\vec{q}_i \notin A$ 인 경우  $\infty$ 이다. 표면의 온도가  $T_a$ 이고 표면에  $N_a$ 개의 흡착 원자가 있을 때, 바른틀 앙상블을 이용하여 자유 에너지  $F(A, N_a, T_a)$ 를 구하라.

(d) 표면 원자의 화학 퍼텐셜을  $\mu_a$ 를 온도  $T_a$ 와 표면의 입자 밀도  $n_a := N_a/A$ 의 함수로 구하라.

(e) 표면의 원자들과 기체가 평형 상태에 있을 때,  $T_a = T_g$ ,  $\mu_a = \mu_g$ 를 만족한다. 이로부터  $n_a$ 와  $n_g$ 의 관계식을 구하라.

(f)  $\epsilon_a = 0$ 인 경우  $n_a$ 와  $n_g$ 의 관계식을 적고 그 의미를 논하라.

2. [4점]

(a) 양자수  $j = 1$ 에 대하여 각운동량의 각 성분  $J_x, J_y, J_z$ 와  $J^2$ 을  $J^2$ 과  $J_z$ 의 고유 함수를 기저로하여 행렬 표현으로 나타내어라.

(b) 고유치  $+\hbar$ 인  $J_x$ 의 고유상태에 있을 때,  $J_z$ 의 기대치를 계산하여라.

참조 :

$$J_{\pm} |j, m\rangle = J_x \pm iJ_y$$

$$J^2 |j, m\rangle = j(j+1)\hbar^2 |j, m\rangle$$

$$J_z |j, m\rangle = m\hbar |j, m\rangle$$

$$J_{\pm} |j, m\rangle = \hbar\sqrt{j(j+1) - m(m \pm 1)} |j, m \pm 1\rangle$$