

## 열 및 통계 물리 2 (Homework set 2)

출제교수명: 정형채

제출일자: 2002. 4. 16. 화요일 오후 3 시

자연과학 대학

학과

학년

학번:

성명:

- 문제지에 직접 답을 쓰지 말고 다른 종이에 풀어서 문제지를 표지로 하여 함께 철하여 제출하세요. 문제지에는 풀이 여부만 표시하세요. 완전히 푼 문제는 O표, 일부만 푼 문제는 삼각형, 안 푼 문제는 X표로 표시하세요.
- 마감시간 이 후 제출한 것은 30% ~ 50%의 감점이 있음

1. 어떤 계의 미시 상태의 확률함수가  $\rho$ 일 때, 이 계의 엔트로피  $S$ 는

$$S(\rho) = -\langle \ln \rho \rangle$$

로 주어진다. 여기서  $\langle x \rangle$ 는  $x$ 에 대한 평균이다.

(a) 미시 상태  $i$ 에 있을 확률이  $p_i$ 로 주어지면,  $\rho(i) = p_i$ 로 주어진다. 이 경우 엔트로피가

$$S(\rho) = -\sum_i p_i \ln p_i$$

로 주어짐을 보여라.

(b) 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수를 미시 상태로 생각하면, 미시 상태의 수는  $i = 1, \dots, i = 6$ 의 여섯 가지이다. 이 경우 엔트로피를 구하라.

(c) 주사위를 두 번 던져 나온 눈의 수의 합이 같은 것을 같은 상태로 생각하자. 이 경우 상태 수는  $i = 2, \dots, i = 12$ 의 11 가지이다. 이 계의 엔트로피를 구하라.

2. 면적  $A = L^2$ 인 이차원 BOX속에서 서로 구별할 수 있는  $N$ 개의 입자로 이루어진 이상기체가 고립된 상태에 있다. 이 계의 해밀토니안은

$$H(\{q_i, p_i\}) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{2N} \frac{p_i^2}{2m} & \forall q_i \in [0, L] \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

로 주어진다.

(a) 작은 바른틀 앙상블을 이용하여 이 계의 에너지가  $E$ 일 때, 엔트로피  $S$ 를 구하여라.

(b) 작은 바른틀 앙상블의 온도 정의를 적고 이를 이용하여

$$E = NT \quad (2)$$

임을 보여라.

(c) 이 계의 압력  $p$ 는

$$p = -\left(\frac{\partial E}{\partial A}\right)_S$$

로부터 구할 수 있다. 이 사실과 (a)(b)의 결과를 이용하여 상태 방정식을 구하라.

3. 면적  $A = L^2$ 인 이차원 BOX속에서 서로 구별할 수 있는  $N$ 개의 입자로 이루어진 이상기체가 온도  $T$ 인 열 원과 열적 평형 상태에 있다. 이 계의 해밀토니안은 2번 문제의 식(1)로 주어진다.

(a) 바른틀 앙상블을 이용하여 이 계의 분배 함수  $Z$ 를 구하여라.

(b) Helmholtz 자유에너지는  $F = -T \log Z$ 로 주어진다. 압력이  $p = -\left(\frac{\partial F}{\partial A}\right)_T$ 로 주어짐을 이용하여

$$pL = NT$$

임을 보여라.

(c) 이 계의 엔트로피  $S$ 는  $S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_A$ 로 주어진다. 이 계의 엔트로피를 구하라.

(d) 2번 문제의 식(2)를 이용하여 (c)의 결과가 문제 2(a) 엔트로피와 일치함을 보여라.

4. 에너지값이  $E_n = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega$ 로 주어지는 1차원 조화진동자가 온도  $T$ 인 열원과 열적 접촉하고 있다.

(a) 평균 에너지  $\langle E \rangle$ 를 구하라.

(b) 에너지의 분산  $\langle (\Delta E)^2 \rangle$ 를 구하라.

5. 에너지 등분배 정리를 이용하여  $N$ 개의 3차원 조화진동자로 이루어진 계의 비열을 구하라.