

열 및 통계 물리 2 (Homework set 1)

출제교수명: 정형채

제출일자: 2002. 3. 26. 화요일 오후 3 시

자연과학 대학

학과

학년

학번:

성명:

○ 문제지에 직접 답을 쓰지 말고 다른 종이에 풀어서 문제지를 표지로 하여 함께 철하여 제출하세요. 문제지에는 풀이 여부만 표시하세요. 완전히 푼 문제는 O표, 일부만 푼 문제는 삼각형, 안 푼 문제는 X표로 표시하세요.

1. (a) 반지름  $R$ 인  $N$ -차원 구의 부피  $V_N(R)$  이

$$V_N(R) = \frac{2\pi^{N/2}}{N\Gamma(\frac{N}{2})} R^N \quad (1)$$

로 주어짐을 보여라. 여기서 Gamma 함수  $\Gamma(x)$ 는

$$\Gamma(x) := \int_0^\infty e^{-t} t^{(x-1)} dt$$

로 정의된다.

(b) 식 (1)을 이용하여 1, 2, 3차원 구의 부피를 구하고 기존의 알려진 값과 일치함을 보여라.

2. 작은 바른틀 앙상블을 이용하여 이상기체의 상태 방정식을 구하여라.

3. 미시 상태  $i$  상태에 있을 확률이  $p_i$ 로 주어지는 계의 엔트로피  $S(\{p_i\})$ 는

$$S(\{p_i\}) = -\sum p_i \ln p_i$$

로 주어진다. 이 엔트로피를 최대화하는 확률분포는  $p_i$ 가 상수일 때임을 보여라. 또 이 때의 엔트로피는

$$S(\{p_i\}) = \ln \Omega$$

임을 보여라. 여기서  $\Omega$ 는 미시 상태 수이다.

4. 어떤 계의 확률분포  $p(x)$ 가 정규 분포

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

를 따를 때, 이 계의 엔트로피를 구하라.

5. 두개의 양자 준위  $-\epsilon, \epsilon$ 을 갖는  $N$ 개의 입자로 구성된 고립계가 있다. 입자간 상호작용이 없을 때, 이 계의 내부 에너지  $E = M\epsilon$ 일 때의 엔트로피를 구하라 ( $M = -N, \dots, N$ ). 이로부터 이 계의 온도  $T$ 를 에너지  $E$ 의 함수로 구하라. 즉,  $T = T(E)$ 를 구하라.