

자연과학 대학

학과

학년:

학번:

성명:

1.[30점] Helmholtz 자유에너지 F 는 온도 T 와 부피 V 의 함수로 주어진다;

$$F = F(T, V)$$

$$dF = -S dT - p dV$$

여기서 S 는 엔트로피, p 는 압력이다.

(a) 내부 에너지 E 는

$$E = F + TS$$

로 주어진다. 내부에너지의 미소 변화량 dE 를 구하고 E 의 독립 변수는 무엇인지 말하라.

(b) 엔탈피 H 는 S 와 P 의 함수이고, Gibbs 자유에너지 G 는 T 와 P 의 함수로

$$dH = T dS + V dp$$

$$dG = -S dT + V dp$$

를 만족한다. $H - F$ 와 $G - F$ 를 구하라.

2.[30점] 일차원 운동을 하는 입자의 에너지가

$$E = \frac{p^2}{2m} + \kappa x^6$$

로 주어진다. 이 입자가 온도 T 인 열 저장고와 평형 상태에 있을 때, 평균 에너지 $\langle E \rangle$ 를 구하라

3.[30점] 고유 에너지

$$\epsilon_1 = 0,$$

$$\epsilon_2 = (\ln 2) k_B T,$$

$$\epsilon_3 = (\ln 3) k_B T$$

를 갖는 3개의 state로 이루어진 계가 온도 T 인 저장실과 평형상태를 이루고 있다. 이 계에 2개의 boson 입자가 넣는 방법은 여섯 가지, $|n_1, n_2, n_3\rangle = |2, 0, 0\rangle, |0, 2, 0\rangle, |0, 0, 2\rangle, |1, 1, 0\rangle, |1, 0, 1\rangle, |0, 1, 1\rangle$ 이다. 각 각의 경우 에너지를 적고, 분배함수 Z 와 1번째 state의 평균 입자 갯수 \bar{n}_1 를 구하여라. (최종 값은 숫자로 적을 것)

4.[40점] (a) Photon의 경우, 한 state에 들어갈 수 있는 입자 수에 제한이 없다. 고유 상태 s 의 평균 입자 수 n_s 가

$$n_s = \frac{1}{e^{\beta \epsilon_s} - 1}$$

로 주어짐을 보여라.

(b) Photon의 eigen stats는 전자기장의 wave vector \vec{k} 와 편광 방향 p 로 나타낼 수 있다;

$$|\vec{k}, p\rangle = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} |p\rangle.$$

여기서 편광 방향 p 는 \vec{k} 에 수직한 두 방향을 나타내고 $|\vec{k}, p\rangle$ state의 에너지는 (p 상태에 무관하게) $\epsilon_{\vec{k}, p} = \hbar \omega_{\vec{k}} = \hbar c k$ 로 주어진다. 단위 부피당 내부에너지 $U = \frac{1}{V} \sum_{\vec{k}, p} \epsilon_{\vec{k}, p} n_{\vec{k}, p}$ 가

$$U = \frac{\pi^2}{15} \frac{(k_B T)^4}{(c \hbar)^3}$$

로 주어짐을 보여라. 필요한 경우

$$\int_0^\infty \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

임을 이용하라.

(c) Photon의 단위 부피당 내부에너지 U 는 온도 $k_B T$, 광속 c , Plank 상수 \hbar 만의 함수임을 예상할 수 있다. 이로부터

$$U = (\text{Constant})(k_B T)^\alpha c^\beta \hbar^\gamma$$

라 가정하고 양변의 차원을 분석함의해 α, β, γ 를 구하라. (b)의 결과와 일치하는가?