

자연과학 대학

학과

학년,

학번:

성명:

1. [25점] 원점에 서있는 K균은 동전을 던져 앞 면이 나오면 +방향으로 뒷 면이 나오면 -방향으로 한 번에 보폭 a 만큼 움직이는 일차원 random walk을 한다.

(a) [5점] 동전을 N 번 던질 때, 앞 면의 수 n_1 은 이항분포를 따른다 [$n_1 \sim B(N, \frac{1}{2})$]. 동전을 열 번 던졌을 때 앞 면이 다섯 번 나올 확률을 구하여라.

(b) [5점] N 번 던져 앞 면이 n_1 번 나왔을 때, K균의 위치를 $x = la$ 로 표시할 때, l 을 N, n_1 의 함수로 구하여라

(c) [5점] 동전을 10번 던졌을 때, K균이 $x = -2a$ 에 있을 확률을 구하여라

(d) [10점] K균이 동전을 100번 던질 때 RMS 변위, $\sqrt{\langle x^2 \rangle}$ 를 구하여라. 필요하다면 이항분포 $B(N, p)$ 를 따르는 확률 변수 k 의 평균값과 분산이

$$\langle k \rangle = Np$$

$$\langle (\Delta k)^2 \rangle = Np(1-p)$$

로 주어짐을 이용하라.

2. [40점] N 개의 단원자로 이루어진 이상기체의 Hamiltonian, H 는 다음과 같이 주어진다.

$$H = \sum_{i=1}^N \sum_{\alpha=1}^3 \frac{p_{i,\alpha}^2}{2m}$$

여기서 m 은 입자의 질량이고, $p_{i,\alpha}$ 는 $i(i=1, \dots, N)$ 번째 입자의 운동량의 $\alpha(\alpha=x, y, z)$ 성분을 나타낸다. 이 이상기체가 부피 V 인 상자속에 들어있다.

(a) [10점] 상자가 열적으로 고립되어 있어, 이 계가 가지고 있는 에너지가 보존된다. 이 계의 에너지가 $(E, E+\Delta E)$ 로 주어질 때, 엔트로피 S 가

$$S(N, V, E) = \left[\frac{5}{2}N - N \ln N + N \ln(V/\lambda^3) \right] k_B$$

로 주어짐을 보여라. 여기서 $\lambda = h/\sqrt{4\pi m E/3N}$ 이다. 필요하다면, 옆에 주어진 반지름 R 인 f 차원의 구면의 표면적, $A_f(R)$ 을 이용하라. 또, $T^{-1} = \frac{\partial S}{\partial E}$ 임을 이용하여

$$E = \frac{3}{2} N k_B T$$

를 보여라.

(b) [10점] 상자속의 이상기체가 절대온도 T 인 저장실(reservoir)과 열적 평형상태를 이룰 때, 분배함수(partition function) Z_N 이

$$Z_N = (V/\lambda^3)^N / N!$$

임을 보여라. 여기서 $\lambda = h/\sqrt{2\pi m k_B T}$ 이다. 또, 이를 이용하여 평균에너지 $E(N, V, T)$ 를 구하여라.

(d) [10점] 상자 밖의 저장실과 입자를 교환할 때, 상자 속의 입자 수의 평균은 화학 포텐셜에 의해 조정된다. 화학 포텐셜 μ , 온도 T 를 갖는 저장실과 평형상태를 이루고 있는 부피 V 를 가진 계의 경우 대 분배함수 Q 가

$$Q = \exp(e^{\beta\mu} V/\lambda^3)$$

임을 보이고 입자 수 평균 N 과 평균에너지 E 를 구하여라.

(d) [10점] Microcanonical Ensemble, Canonical Ensemble, Grandcanonical Ensemble 방법에 대해 간단히 비교 설명하라.

3. [15점] 다음을 계산하라.

(a) $\int_0^\infty e^{-ax} dx$

(b) $\int_0^\infty x e^{-ax} dx$

(c) $\int_0^\infty x e^{-ax^2} dx$

4. [20점] 물리학이란 무엇인지 각자 생각을 적고, 물리계에 대한 역학적 기술과 통계물리적 기술을 비교하라.

필요시 다음을 이용하라.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ax^2) dx = \sqrt{\pi/a}$$

$$A_f(R) = \frac{2\pi^{f/2}}{\Gamma(f/2)} R^{f-1}$$

$$\ln \Gamma(x) \approx x \ln x - x$$

$$\ln N! \approx N \ln N - N$$