

자연과학 대학

학과

학년:

학번:

성명:

1.[40점]  $N$ 개의 단원자로 이루어진 이상기체의 Hamiltonian,  $H$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$H = \sum_{i=1}^N \sum_{\alpha=1}^3 \frac{p_{i,\alpha}^2}{2m}.$$

여기서  $m$ 은 입자의 질량이고,  $p_{i,\alpha}$ 는  $i$ ( $i = 1, \dots, N$ )번째 입자의 운동량의  $\alpha$ ( $\alpha = x, y, z$ )성분을 나타낸다.

(a)[10점] 부피가  $V$ 인 상자속에 위의 이상기체가 들어 있고 절대온도  $T$ 인 저장실(reservoir)과 열적 평형 상태를 이룰 때, 분배함수(partition function)를 구하여라.

(b)[10점] Helmholtz 자유에너지는  $F = -T \log Z$ 로 주어진다. 압력이  $p = -\frac{\partial F}{\partial V}$ 로 주어짐을 이용하여  $pV = NT$ 임을 보여라. 필요하다면  $\log N! \approx N \log N - N$ 임을 이용하라.

(c)[10점] 화학 포텐셜(chemical potential)은  $\mu = \frac{\partial F}{\partial N}$ 으로 주어진다. (b)에서 구한  $F$ 를 이용하여  $\mu$ 를 구하여라.

(d)[10점] 상자 밖의 저장실과 입자를 교환할 때, 상자속의 입자 수의 평균은 화학 포텐셜에 의해 조정된다. 화학 포텐셜  $\mu$ , 온도  $T$ 를 갖는 저장실과 평형상태를 이루고 있는 부피  $V$ 를 가진 계의 입자 수 평균  $N$ 을 구하고, 이로부터  $\mu$ 를  $N, V, T$ 의 함수로 표시하라.

2. [30점] 일차원 조화진동자(harmonic Oscillator)의 에너지 준위는  $E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$ 로 주어진다.

(a)[10점] 충분히 낮은 온도( $kT/\hbar\omega \ll 1$ )에서는 바닥상태와 첫 번째 여기상태(first excited state)만 분배함수에 기여한다고 가정할 수 있다. 이 경우 분배함수를 구하고 진동자의 평균에너지를 구하라.

(b)[10점] 일반적인 온도  $T$ 에서의 정확한 분배함수를 구하고 진동자의 평균에너지를 구하라.

(c)[10점] (b)에서 구한 진동자의 평균에너지가 충분히 높은 온도( $kT/\hbar\omega \ll 1$ )에서는 고전적 평균에너지  $kT$ 가 됨을 보여라.

3.[30점] 물리 계를 통계 물리적 방법으로 기술하는 방법에 관하여 논하여라.