

열 및 통계 물리 1 (기말 고사)

출제교수명: 정형채

시행일자: 2010. 12. 13. 일요일 15:00 - 16:20

자연과학 대학

학과

학년,

학번:

성명:

- 답지에 정리된 풀이과정과 답을 적은 후 제출할 것
- 전자 계산기나 휴대전화를 사용하지 말 것

1. [60점] 한 입자가 가질 수 있는 에너지 상태가 $-\epsilon, 0, \epsilon$ 세 개인 계가 있다. 여기서 $\epsilon > 0$ 이다.

(a) 입자 한 개가 온도 $T = \frac{1}{\beta}$ 인 환경과 평형상태에 있을 때, 한 개 입자의 분배함수 Z_1 은

$$Z_1 = 1 + e^A + e^B$$

의 형태로 쓸 수 있음을 보이고 A 와 B 를 β 와 ϵ 의 함수로 구하라.

(b) N 개 입자로 이루어진 닫힌 계의 해밀토니안은 각각의 입자가 가지는 에너지의 합으로 주어진다. 입자간 구분이 불가능할 때, $Z_N = \frac{1}{N!} Z_1^N$ 임을 이용하여 분배함수 $Z_N(N, \beta, \epsilon)$ 를 구하라.

(c) 온도 $T = \frac{1}{\beta}$, 화학 퍼텐셜 μ 인 환경과 열린 상태로 평형을 이루고 있다. 대분배함수 Z_G 를 구하라.

(d) (c)의 열린계의 평균 입자수 $\langle N \rangle$ 를 구하라.

2. [60점] 온도 $T_1 = 87^\circ\text{C}$ (360K)의 물 $m = 20\text{g}$ 을 $T_2 = 27^\circ\text{C}$ 의 열저장고 (heat reservoir)과 접촉시켜서 준정적과정으로 물의 온도를 T_2 로 내렸다. 필요한 경우, $\ln(300) \approx 5.70$, $\ln(330) \approx 5.80$, $\ln(360) \approx 5.89$, $\frac{180}{33} \approx 5.55$ 임을 사용하라.

(a) 준정적과정에서는

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

를 만족한다. 27°C 에서 87°C 까지에서 정적 비열 C_V 가 일정하다고 가정하고 $dQ = C_V dT$ 임을 이용하여 물의 엔트로피 변화량을 구하라. 물의 단위 그램(g)당 비열 c_v 는

$$\begin{aligned} c_v &\approx 4.18 \frac{J}{g \cdot K} \\ &\approx 4.18 \left(\frac{C \cdot V}{g \cdot K} \right) \left(\frac{11000K}{1eV} \right) \left(\frac{e}{1.6 \times 10^{-19}C} \right) \\ &\approx 3.0 \times 10^{23} \frac{1}{g} \end{aligned}$$

임을 이용하라.

(b) 열저장고는 정의에 의해 온도가 일정하게 유지된다. 열저장고의 엔트로피 변화량을 구하고, 열저장고와 물로 이루어진 전체 계의 엔트로피 변화량을 구하라.

(c) 같은 양 (10g)의 87°C 물을 먼저 57°C 열저장고와 접촉시켜서 물의 온도를 57°C 로 준정적으로 내린 다음 27°C 의 열저장고와 접촉시켜서 물의 온도를 27°C 로 다시 준정적으로 내린 경우의 전체 엔트로피 변화량을 구하라.

(d) 87°C 의 물을 27°C 의 물로 만들려고 한다. 어떻게 식히면, (물 + 열저장고)의 전체 계의 엔트로피 증가량을 최소화 할 수 있겠는가?

3. [70점] 단원자 이상기체를 내용물로 하는 어떤 가상의 기관이 다음 3가지 과정으로 이루어진 순환을 하고 있다.

과정	처음 상태	마지막 상태	받은 열	
(1)	등온 팽창	(V_a, p_a)	(V_b, p_b)	Q_1
(2)	등압 압축	(V_b, p_b)	(V_c, p_c)	Q_2
(3)	단열 압축	(V_c, p_c)	(V_a, p_a)	Q_3

여기서 열은 기관이 받는 열이고 $p_c = p_b$ 이다.

(답은 $\gamma = c_p/c_v$, p_a, V_a, V_b 로 나타낼 것)

(a) 위 기관의 사이클을 p - V 그래프로 나타내고 이 기관이 사이클 당 한 순수 일 W 를 그래프에 빗금으로 표시하여라.

(b) 과정(1)에서 한 일 W_1 과 받은 열 Q_1 을 구하라.

(c) 과정(2)에서 한 일 W_2 을 구하라.

(d) 과정(3)에서 한 일 W_3 을 구하라.

(e) 이 기관의 효율 η 를 구하라.

(f) 이 기관의 사이클을 T - S 그래프로 나타내고 사이클 당 한 일 $W = Q_1 + Q_2 + Q_3$ 를 빗금으로 표시하여라.

(g) $W_1 + W_2 + W_3 = Q_1 + Q_2$ 를 이용하여 Q_2 를 구하여라.

4. [60점] 어떤 기체의 상태 방정식이

$$p = \frac{N}{V} T + \frac{N^2}{V^2} A(T) \tag{1}$$

로 주어진다. 여기서 $A(T)$ 는 온도 T 만의 함수이다. 이를 이용하여 같은 온도에 있는 두 상태 $X_1 = (p_1, V_1 = V_0)$ 과 $X_2 = (p_2, V_2 = 2V_0)$ 간의 엔트로피 및 내부에너지 차이를 구하려고 한다.

(a) 온도 T 의 등온과정으로 X_1 에서 X_2 로 갈 때, 한 일 W 를

$$W = C_1 N T + C_2 \frac{N^2}{V_0} A(T)$$

로 쓸 수 있음을 보이고 상수 C_1 과 C_2 를 구하라.

(b) 맥스웰 관계식과 식(1)을 이용하여 $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T$ 를 $N, V, A'(T) = \frac{dA}{dT}$ 의 함수로 구하라.

(c) 상태 X_2 의 엔트로피와 상태 X_1 의 엔트로피의 차이 $\Delta S = S(p_2, V_2) - S(p_1, V_1)$ 가

$$\Delta S = C_3 N + C_4 \frac{N^2}{V_0} A'(T)$$

로 주어짐을 보이고 상수 C_3 과 C_4 를 구하라.

(d) (a)와 (c)의 결과 및 열역학 1법칙을 이용하여 내부에너지의 차이 $\Delta U = U(p_2, V_2) - U(p_1, V_1)$ 가

$$\Delta U = C_5 N C_6 V_0^{C_7} [T A'(T) - A(T)]^{C_8}$$

로 주어짐을 보이고 상수 C_5, C_6, C_7 과 C_8 를 구하라.

5. [50점] 열역학과 통계역학이란 무엇인지 비교 기술하라.