

열 및 통계 물리 2 (기말 고사)

출제교수명: 정형채

시행일자: 2009. 06. 15. 월요일 15:00 - 16:15

자연과학 대학

학과

학년,

학번:

성명:

○ 답지에 풀이과정과 답을 정리하여 적은 후 제출할 것

1. [30점] 스핀 0인 어떤 입자의 에너지-운동량 관계식이

$$\epsilon(k) = ak^n$$

로 주어진다. 면적  $A$ 인 2차원 계의 에너지 상태 밀도  $g(\epsilon)$ 을 구하라.

2. [30점] 에너지-운동량 관계식이

$$\epsilon(k) = \frac{\hbar^2}{2m}k^2$$

로 주어지는  $N$ 개의 자유 전자가 길이  $L$ 인 1차원 Box에 들어 있다.

- (a) 1차원 자유 전자의 페르미 에너지를 구하라.
- (b) 1차원 자유 전자의  $T = 0$ 에서의 평균 에너지를 구하라.
- (c) 1차원 자유 전자의 비열을 대략적으로 예측하고, 계산하는 방법을 기술하라.

3. [40점] 스핀 0이고 질량  $m$ 인  $N$ 개의 보존입자로 이루어진 부피  $V$ 인 계가 온도  $T$ 인 환경과 평형상태에 있다. 필요한 경우, 에너지 레벨  $\epsilon_l$ 인 상태에 있는 평균 보존 입자 수가

$$\langle n_l \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_l - \mu)} - 1}$$

임을 이용하라.

(a) 이 계의 휴거시티  $z = e^{\beta\mu}$ 라 하고

$$N = N_0(z) + N_{ex}(z, T)$$

의 형태로 적으면

$$N_0 = \frac{z}{1-z}$$

$$N_{ex} = A(m)V \int_0^\infty \frac{\sqrt{\epsilon}}{z^{-1}e^{\beta\epsilon} - 1} d\epsilon$$

이 됨을 보이고  $A(m)$ 를 구하라.

(b) 보즈-아인슈타인 식  $g_{3/2}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int \frac{\sqrt{x}}{z^{-1}e^x - 1} dx$  를 이용하면

$$N_{ex} = V\lambda^\alpha g_{3/2}(z)$$

의 형태로 쓸 수 있음을 보이고  $\alpha$  및  $\lambda(m, T)$ 를 구하여라.

(c)  $g_{3/2}(z) \leq B = \zeta\left(\frac{3}{2}\right)$  임을 이용하여

$$\frac{N_{ex}}{N} \leq \left(\frac{T}{T_c}\right)^\gamma$$

의 형태로 적을 수 있음을 보이고  $\gamma$ 를 구하라. 여기서  $T_c = \frac{\hbar^2}{B^{2/3}2\pi m} \left(\frac{N}{V}\right)^{2/3}$  임.

(d) 온도  $T < T_c$ 인 경우와  $T > T_c$ 인 경우 보존 계가 어떻게 다르게 행동하는지 (c)의 결과를 이용하여 설명하여라.