

열 및 통계 물리 1 (기말 고사)

출제교수명: 정형채

시행일자: 2007. 12. 13. 목요일 15:00 - 16:30

대학

학과

학년,

학번:

성명:

1. [30점] 절대 온도 T_R 인 열저장고 (heat reservoir)에 온도 $T_1 = T_R + \Delta T$ 인 물을 놓아 준정적과정으로 T_R 로 변화하였다. 이 때, 전체계(물 + 열 저장고)의 엔트로피 변화를 ΔS_1 를 $(\Delta T/T_R)^3$ 항까지 구하라. 온도 $T_1 \leq T \leq T_R$ 에서 물의 정적 비열은 C_V 로 일정하다고 가정하고 $|x| < 1$ 인 경우 $\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \mathcal{O}(x^4)$ 임을 이용하라. 또, 온도 $T_2 = T_R - \Delta T$ 인 같은 양의 물을 놓아 준정적과정으로 T_R 로 변화한 경우의 전체계의 엔트로피 변화를 ΔS_2 라 할 때, ΔS_1 과 ΔS_2 의 대소 관계를 구하라.

2. [20점] 어떤 기체의 상태 방정식이

$$p \left(\frac{V}{N} - b \right) = T e^{-a \frac{N}{V}}$$

로 주어진다. 여기서 a 와 b 는 p, V, T 에 무관한 상수이다.

- (a) 등온 압축률 $\chi(T, V, P)$ 를 구하라.
- (b) 등압 팽창률 $\beta(T, V, P)$ 를 구하라.

3. [30점] 어떤 기관이 다음과 같은 순환 과정을 밟는다. 여기서 열(heat)은 기관이 받는 열이다. 즉 $Q > 0$ 이면 기관으로 열이 들어오는 것이고 $Q < 0$ 이면 열이 밖으로 나가는 것이다. 일정한 양의 이상기체가 기관속에 있다고 가정하고 다음 물음에 답하라.

	process	initial state	final state	heat
12	단열 팽창	(V_1, p_1)	(V_2, p_2)	0
23	등압 압축	(V_2, p_2)	(V_1, p_2)	Q_{23}
31	등적 승압	(V_1, p_2)	(V_1, p_1)	Q_{31}

(a) 위 기관의 사이클을 p - V 그래프로 나타내고 이 기관이 사이클 당 한 순수 일 W 를 그래프에 빗금(hatching)으로 표시하여라.

(b) 과정 12에서 한일을

$$W_{12} = A [p_2 V_2 - p_1 V_1]$$

의 형태로 적을 수 있음을 보이고 A 값을 $\gamma = C_p/C_v$ 의 함수로 나타내어라.

(c) 이상 기체의 등적 열용량이 $C_V = \frac{N}{\gamma-1}$ 으로 주어짐을 이용하여 열기관이 31과정에서 받는 열이

$$Q_{31} = \frac{V_1}{\gamma-1} [p_1 - p_2]$$

임을 보여라. 또, 이 결과로부터 열기관의 효율을

$$\eta = B - C \left(\frac{V_2 - V_1}{p_1 - p_2} \right) \left(\frac{p_2}{V_1} \right)$$

의 형태로 적을 수 있음을 보이고 B 와 C 를 구하여라.

4. [20점] 부피 V 인 상자속에 질량 m 인 서로 구분할 수 없는 자유 입자가 N 개가 있다. 이 계의 해밀토니안은,

$$H(\{\vec{r}_i, \vec{v}_i\}) = \begin{cases} \sum_{i=1}^N \frac{\vec{p}_i^2}{2m} & \forall \vec{r}_i \in V \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

로 주어진다.

(a) 계의 에너지 E 가 $E \in [U, U + \Delta U]$ 에 있는 상태수 $\Omega(U; \Delta U, V, N)$ 를 구하여라.

(b) 이 계의 엔트로피 $S(U, V, N)$ 가

$$S(U, V, N) = N \left[\ln \left(\frac{V/N}{\lambda^3} \right) + \frac{5}{2} \right] \quad (2)$$

의 형태로 적을 수 있음을 보이고 λ 를 구하여라.

(c) 온도의 정의와 식(1)을 이용하여 이상기체의 내부에너지와 온도와의 관계식을 구하라.