

열 및 통계 물리 1 (기말 고사)

출제교수명: 정형채

시행일자: 2006. 12. 14. 목요일 15:00 - 16:20

자연과학 대학

학과

학년

학번:

성명:

1. [20점] 상태 방정식

$$pV = NT \quad (1)$$

을 만족하는 N 개의 단원자로 이루어진 이상기체가 등압 과정으로 $X_1 = (p_1, V_1)$ 상태에서 $X_2 = (p_1, V_2)$ 상태로 변화 하였다. 이 경우 두 상태간의 엔트로피 차이를 구하려고 한다.

(a) 열역학 제 1법칙 (에너지 보존 법칙)을 이용하여 준정적 변화시 엔트로피의 변화량 dS 는

$$dS = \frac{1}{T} dU + \frac{p}{T} dV \quad (2)$$

를 만족함을 보여라.

(b) 식 (1)의 상태 방정식 및 이상 기체의 내부 에너지 $U = \frac{3}{2} NT$ 를 식 (2)에 적용하여 엔트로피의 변화량 $\Delta S = S(X_2) - S(X_1)$ 가

$$\Delta S = aN \ln(V_2/V_1)$$

의 형태로 쓸 수 있음을 보이고 상수 a 값을 구하라.

2. [40점] 어떤 기관이 다음과 같이 두 개의 단열 과정과 두 개의 등적 과정으로 이루어진 진다. 여기서 열(heat)은 기관이 받는 열이다. 즉 $Q > 0$ 이면 기관으로 열이 들어오는 것이고 $Q < 0$ 이면 열이 밖으로 나가는 것이다. 일정한 양의 이상기체가 기관속에 있다고 가정하고 다음 물음에 답하라. 여기서 $V_3 = V_2 = V_a$ 이고 $V_4 = V_1 = V_b$ 이다.

	process	initial state	final state	heat
12	단열 압축	(V_1, p_1)	(V_2, p_2)	0
23	등적 승압	(V_2, p_2)	(V_3, p_3)	Q_{23}
34	단열 팽창	(V_3, p_3)	(V_4, p_4)	0
41	등적 강압	(V_4, p_4)	(V_1, p_1)	Q_{41}

(a) 위 기관의 사이클을 p - V 그래프로 나타내고 이 기관이 사이클 당 한 순수 일 W 를 그래프에 빗금(hatching)으로 표시하여라.

(b) T_2/T_1 과 T_4/T_3 를 각각 V_a, V_b , 및 $\gamma = C_p/C_v$ 의 함수로 나타내어라.

(c) 열기관의 효율이 $\eta = W/Q_{23} = (Q_{23} - |Q_{41}|)/Q_{23}$ 임을 이용하여 효율이

$$\eta = 1 - \left(\frac{T_4}{T_3}\right) \left(\frac{1 - T_1/T_4}{1 - T_2/T_3}\right)$$

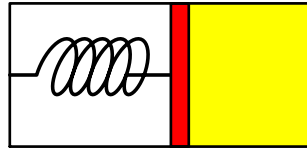
로 적을 수 있음을 보여라.

(d) (b-c)의 결과를 이용하여

$$\eta = 1 - \left(\frac{V_a}{V_b}\right)^{f(\gamma)}$$

의 형태로 적을 수 있음을 보이고 $f(\gamma)$ 를 구하라.

3. [40점]



부피 V_0 인 오른쪽 실린더 부분에는 온도 T_0 , 압력 p_0 인 N 개의 단원자 이상기체가 들어있다. 진공인 실린더의 왼쪽은 평형 길이의 용수철로 연결되어있다. 이제 피스톤의 고정 장치를 풀면, 피스톤이 용수철을 밀면서 왼쪽으로 움직이게 되는데 부피가 $V_1 = 2V_0$ 이 된 후, 새로운 평형 상태를 찾으며 정지하였다. 이 변화가 단열 과정으로 이루어졌을 때, 새로운 평형 상태의 기체 온도 T_1 , 압력 p_1 를 구하려고 한다. 실린더, 용수철, 피스톤의 열 용량은 무시할 수 있다고 가정하라.

(a) 이상 기체가 한 일 W 를 등적 열용량 C_v 및 T_1, T_0 의 식으로 나타내어라. (힌트: 단열과정에서 한 일과 내부 에너지 변화의 합은 0이다.)

(b) 용수철 상수를 K 라 하고 용수철이 줄어든 길이 x 를 할 때, 용수철의 퍼텐셜 에너지 증가는 $\frac{K}{2}x^2$ 으로 쓸 수 있다. 용수철이 받은 일이 이상기체가 한 일과 같음을 이용하여 용수철 상수 K 를 x, C_v 및 T_1, T_0 의 식으로 나타내어라.

(c) 평형 상태에서는 용수철이 미치는 힘과 이상기체가 미치는 힘의 크기가 같음을 이용하면 줄어든 길이 x 를 K, V_0, p_1 의 식으로 나타내어라. (힌트; 이상 기체가 미치는 힘 $f = p_1 A = p_1 \Delta V/x$ 임.)

(d) 이상 기체 상태 방정식, $C_v = \frac{3}{2}N$ 및 (b-c)의 결과를 이용하여,

$$p_1 = \frac{3}{7}p_0$$

$$T_1 = \frac{6}{7}T_0$$

임을 유도하라.

(e) (d)의 결과를 (a) 및 (b)의 결과에 적용하여, 새로운 평형 상태에서 용수철에 저장된 퍼텐셜에너지 $\frac{K}{2}x^2$ 은 초기 상태 이상기체의 내부 에너지 $U_0 = \frac{3}{2} NT_0$ 의 몇 배인지 계산하여라.