

열 및 통계 물리 1 (중간 고사)

출제교수명: 정형채

시행일자: 2006. 10. 20. 목요일 10:00 - 11:40

자연과학 대학

학과

학년,

학번:

성명:

- 답지에 풀이과정과 답을 명확하게 적은 후 제출할 것
- 문제지는 가지고 가서, 모든 문제를 다음 수업 시간 (10/24)까지 풀어 낼 것 (숙제 3에 해당)

1. [40점] 확률 변수 k 가 이항분포 $B(N, p)$ 를 따를 때, 즉 $k \sim B(N, p)$ 일 때, 확률 분포 함수 $P(k)$ 는

$$P(k) = {}_N C_k p^k q^{N-k} \quad (1)$$

로 주어진다. [$q = 1 - p$ 이고 ${}_N C_k = \frac{N!}{k!(N-k)!}$ 임]

- (a) k 의 평균 $\langle k \rangle$ 를 구하라.
- (b) k 의 분산 $\langle (\Delta k)^2 \rangle$ 를 구하라.
- (c) 식(1)로 주어지는 이항분포의 확률 분포 함수 $p(k)$ 가, k 의 평균값을 유한한 값 μ 로 유지하면서, $N \rightarrow \infty$ 의 극한으로 가면

$$P(k) = e^{-\mu} \frac{\mu^k}{k!}$$

로 주어지는 포아송 분포가 됨을 보여라.

- (d) 하루 평균 m 통의 문자 메시지를 받는 김군이 어느날 k 통의 문자 메시지를 받을 확률 $P(k)$ 가

$$P(k) = e^{-m} \frac{m^k}{k!}$$

로 주어짐을 설명하여라. (문자 메시지를 받는 시간은 랜덤하게 분포되어 있다고 가정하라.)

2. [30점] 1차원 운동을 하는 어떤 입자의 Hamiltonian이

$$H = \begin{cases} \frac{p^2}{2m} + mgy & \text{for } y > 0 \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases}$$

로 주어진다.

- (a) 이 입자 에너지가 E 보다 작을 때의 상태를 위상 공간에 그래프로 나타내어라.
- (b) 이 입자 에너지가 E 보다 작은 상태수 $\Sigma(E)$ 를 구하여라.
- (c) 이 입자 에너지가 $[E, E + \delta E]$ 사이에 있는 상태수 $\Omega(E; \delta E)$ 를 구하여라.

3. [30점] 길이 L 인 삼차원 상자속에 스핀 1/2인 입자가 하나 들어있어 계의 가능한 에너지가

$$E = \frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar\pi}{L} \right)^2 (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) = n^2 E_0$$

로 주어진다. [$E_0 = \frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar\pi}{L} \right)^2$ 이고 $n^2 = n_x^2 + n_y^2 + n_z^2$ 임]

- (a) 에너지 E 가 $[6E_0, 7E_0]$ 사이로 주어지는 상태 수 $\Omega(E = 6E_0; \delta E = E_0)$ 를 구하여라.
- (b) E 및 δE 가 $E \gg \delta E \gg E_0$ 를 만족할 때, 에너지가 $[E, E + \delta E]$ 사이에 있는 상태수 $\Omega(E; \delta E)$ 를 대략적으로 구하여라.