

# 열 및 통계 물리 1 (기말 고사)

출제교수명: 정형채

시행일자: 2004. 12. 18. 토요일 13:00 - 14:40

자연과학 대학

학과

학년,

학번:

성명:

1. [35점]

어떤 열역학계의 상태 방정식이  $V < V_0$ 인 경우,

$$p = aT^2(V_0 - V) \quad (1)$$

로 주어지고, 이 계의 정적 비열  $C_V$ 는  $C_V = bT$ 로 주어진다고 가정하자. 이를 이용하여  $X_1 = (p_1, V_1 = \frac{V_0}{2})$  상태와  $X_2 = (p_2, V_2 = \frac{V_0}{4})$  상태 간의 엔트로피 차이를 구하려고 한다.

(a) [10점] 열역학 제 1법칙 (에너지 보존 법칙)을 이용하여 준정적 변화시 엔트로피의 변화량  $dS$ 는

$$dS = \frac{1}{T} dU + \frac{p}{T} dV \quad (2)$$

를 만족함을 보여라.

(b) [5점] 식 (1)의 상태 방정식을 이용하여  $T_1$  및  $T_2$ 를  $p_1, p_2$  및  $V_0$ 의 함수로 나타내어라.

(c) [5점] 식 (2) 및  $C_V$ 의 정의를 이용하여,  $(\frac{\partial S}{\partial V})_T$  및  $(\frac{\partial S}{\partial T})_V$ 를  $C_V, p, T$ 의 함수로 나타내어라.

(d) [10점] 상태  $X_2$ 의 엔트로피와 상태  $X_1$ 의 엔트로피의 차이

$$\Delta S = S(p_2, V_2) - S(p_1, V_1)$$

를 구하여라. (힌트: 등온 및 등적 과정을 거쳐 상태  $X_1$ 에서 상태  $X_2$ 로 변화하는 경우를 생각하는 것이 계산하기 편함.)

(e) [5점] 두 상태  $X_1$ 과  $X_2$ 의 엔트로피가 같을 때 ( $\Delta S = 0$ ),  $p_2/p_1$ 을 구하라.

2. [35점] 어떤 기관의 한 사이클은 다음과 같이 두 개의 등적 과정과 두 개의 등압 과정으로 이루어진 것이다. 여기서 열(heat)  $Q$ 는 기관이 받는 열이다. 즉  $Q > 0$ 이면 기관으로 열이 들어오는 것이고  $Q < 0$ 이면 열이 밖으로 나가는 것이다.  $N$ 개의 단위자 입자로 이루어진 이상 기체가 기관 속에 들어 있다고 생각하고 물음에 답하라.

	process	initial state	final state	heat
1	등압 팽창	$(V_a, p_a)$	$(V_b, p_b)$	$Q_1$
2	등적 강압	$(V_b, p_b)$	$(V_c, p_c)$	$Q_2$
3	등압 압축	$(V_c, p_c)$	$(V_d, p_d)$	$Q_3$
4	등적 승압	$(V_d, p_d)$	$(V_a, p_a)$	$Q_4$

여기서  $p_b = p_a, p_d = p_c < p_a$ 이며,  $V_c = V_b, V_d = V_a < V_b$ 이다.

(a) [10점] 위 기관의 사이클을  $p$ - $V$  그래프로 나타내고 이 기관이 사이클 당 한 순수 일  $W$ 를 그래프에 빗금(hatching)으로 표시하여라.

(b) [5점] 과정1 및 과정3에서 계가 한 일  $W_1$ 과  $W_3$ 을  $p_a, p_c, \Delta V = V_b - V_a$ 의 함수로 나타내어라. (외부에서 기관에 일을 해준 경우, 계가  $W < 0$ 의 일을 한 것으로 생각할 수 있음).

(c) [5점] 1, 2, 3, 4 각각의 과정에서 온도 변화  $\Delta T$ 를  $p_a, p_c, V_a, V_b$ 의 함수로 나타내어라.

(d) [5점] 1, 2, 3, 4 각각의 과정에서 기관으로 들어간 열  $Q_i$ 를  $p_a, p_c, V_a, V_b$ 의 함수로 나타내어라.

(e) [10점] 열 기관의 효율  $\eta$ 의 정의를 적고 이 열 기관의 효율을  $p_a, p_c, V_a, V_b$ 의 함수로 표현하고,  $p_a = 2p_c, V_b = 2V_a$ 인 경우의  $\eta$ 값을 계산하라.

3. [30점] 3차원 공간 속에서, 서로 상호 작용하는  $N$ 개의 단위자로 이루어진 계가 외부 퍼텐셜 아래서 운동하고 있다. 이 계가  $X = \{q_1, \dots, q_f, p_1, \dots, p_f\}$  상태에 있을 확률을  $\rho(X)$ 라 하자. 여기서  $f = 3N$ 이다. 이 계가  $X$  상태에 있을 때의 에너지는  $H(X) = H(q_1, \dots, q_f, p_1, \dots, p_f)$ 로 주어진다.

(a) [10점] Hamilton의 운동 방정식을 이용하여

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \{\rho, H\} \quad (3)$$

로 주어짐을 보여라. 여기서  $\{\}$ 는 포아송 브라켓이다.

(b) [10점] 평형 상태에서는  $\{\rho, H\} = 0$  이 성립함을 설명하라.

(c) [10점]  $\{f(X), H(X)\} = 0$ 이면  $f(X) = g(H(X))$ 의 형태로 적을 수 있음을 보이고,  $X_\alpha$ 와  $X_\beta$  두 상태의 에너지가 같은 경우 ( $H(X_\alpha) = H(X_\beta)$ ), 평형 상태에서 계가  $X_\alpha$ 에 있을 확률과  $X_\beta$ 에 있을 확률이 같음을 설명하라.