

## 열 및 통계 물리 2 (중간 고사)

출제교수명: 정형채

시행일자: 2004. 04. 20. 화요일 10:00 - 11:40

자연과학 대학

학과

학년,

학번:

성명:

1. [20점] 주어진 계의 엔트로피  $S$ 는

$$\begin{aligned} S &= -\langle \ln \rho \rangle \\ &= -\sum_x p_x \ln p_x \end{aligned}$$

로 주어진다. 온도  $T$ , 화학 퍼텐셜  $\mu$ 인 환경과 평형상태에 있는 열린 계의 큰 퍼텐셜  $\Phi = U - TS - \mu N$ 이

$$\Phi = -T \ln Z_G$$

로 주어짐을 보여라. 여기서  $U$ 는 평균 내부에너지이고  $Z_G$ 는 대분배함수이다.

2. [40점]

(a) [10점] 온도  $T$ 인 열원과 평형상태에 있는 단원자 이상 기체가 부피  $V$ 인 3-차원 상자속에 있을 때, 분배함수  $Z$ 가

$$Z = \frac{1}{N!} \left( \frac{V}{\lambda^3} \right)^N$$

로 주어짐을 보이고 자유에너지  $F(V, N, T)$ 를 구하여라. 여기서  $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\pi m T}}$ 이다.

(b) [15점] 면적  $A$ 인 결정체의 표면에 흡착된 원자의 운동을 2차원 이상기체 운동으로 가정하면, 계의 Hamiltonian은

$$H = \sum_{\alpha=1}^N \left( \sum_{i=1}^2 \frac{p_{\alpha,i}^2}{2m} - \epsilon_{\alpha} \right)$$

로 주어진다. 여기서  $\epsilon_{\alpha}$ 는 흡착에너지이다. 표면의 온도가  $T$ 이고 표면에  $N_s$ 개의 흡착 원자가 있을 때, 바른틀 앙상블을 이용하여 자유 에너지  $F(A, N_s, T)$ 를 구하여라

(c) [15점] (a)에서 고려한 원자 밀도  $n = N/V$ 인 이상기체속에 (b)의 결정체를 넣었다. 평형상태에 있을 때, 결정체 표면의 원자 밀도  $n_s = N_s/A$ 를 상자속의 원자 밀도  $n$ 의 함수로 구하여라. (힌트: 화학 퍼텐셜  $\mu = \frac{\partial F}{\partial N}$  임을 이용하라.)

3. [40점]

(a) [10점]  $z$ -방향의 스핀 up 상태  $|\uparrow_z\rangle$ 와  $x$ -방향의 스핀 up 상태  $|\uparrow_x\rangle$ 를  $z$ -방향의 스핀 고유상태(eigen state)를 기저(basis)로 하여 행벡터로 표현하여라.

(b) [10점]  $x$ -방향의 스핀 up 상태  $|\uparrow_x\rangle$  60%와  $x$ -방향의 스핀 down 상태  $|\downarrow_x\rangle$  40%가 섞여있는 혼합(mixed) 상태를  $z$ -방향의 스핀 고유상태(eigen state)를 기저(basis)로 하여 행렬로 나타내어라.

(c) [20점] 스핀  $\frac{1}{2}$ 인 입자 하나씩으로 이루어진 A계와 B계가 couple되어 A+B계를 이루고 있다. 어떤 순간에 A+B계는 state ket

$$|\Psi_{AB}\rangle = \frac{4}{5}|\uparrow_A\uparrow_B\rangle - \frac{3}{5}|\downarrow_A\downarrow_B\rangle$$

로 기술되는 상태에 있다. 여기서  $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$ 은  $z$ -방향의 스핀 up, down 상태를 각각 나타낸다. A스핀의 상태를 나타내는 밀도 행렬  $\rho_A$ 를 구하고 스핀 A의  $z$ 성분  $S_A^z$ 의 기대값을 구하라.