

열 및 통계 물리 1 (기말 고사)

출제교수명: 정형채

시행일자: 2001. 12. 14. 금요일 1:00 - 2:50

자연과학 대학

학과

학년,

학번:

성명:

1. [15 점] 이상기체의 경우 상태 방정식이

$$PV = NT \tag{1}$$

로 주어진다. 어떤 이상기체 1몰($N = N_A = 6 \times 10^{23}$)의 압력이 $P = 21 \text{ Newton/m}^2$ 이고 부피가 $V = 2 \text{ m}^3$ 이었다. 이 기체의 절대 온도는 몇 K인가?

참조: 볼츠만 상수는 $k_B = 1$ 을 사용하였다.
즉 $1 \text{ K} = 1.4 \times 10^{-23} \text{ Joule}$ 이다.
($1 \text{ Joule} = 1 \text{ Newton} \cdot \text{m}$)

2. [30점] 77°C (350K)의 물 10g 을 27°C 의 열저장고 (heat reservoir)과 접촉시켜서 준정적과정으로 물의 온도를 27°C 로 내렸다. 필요한 경우,

$$\begin{aligned} \ln(300) &\approx 5.70, & \frac{50}{300} &\approx 0.167 \\ \ln(325) &\approx 5.78, & \frac{50}{325} &\approx 0.154 \text{ 를 사용하라.} \\ \ln(350) &\approx 5.86, & \frac{50}{350} &\approx 0.143 \end{aligned}$$

(a) [7점] 준정적과정에서는

$$dS = \frac{dQ}{T} \tag{2}$$

를 만족한다. 27°C 에서 77°C 까지에서 정적 비열 C_V 가 일정하다고 가정하고 $dQ = C_V dT$ 임을 이용하여 물의 엔트로피 변화량을 구하라. 물의 단위 질량당 비열 c_v 는

$$c_v = 3.0 \times 10^{23} / g$$

임을 이용하라.

(b) [7점] 열저장고는 정의에 의해 온도가 일정하게 유지된다. 열저장고의 엔트로피 변화량을 구하고, 열저장고와 물로 이루어진 전체 계의 엔트로피 변화량을 구하라.

(c) [7점] 같은 양 (10g)의 77°C 물을 먼저 52°C 열저장고와 접촉시켜서 물의 온도를 52°C 로 내린 다음 27°C 의 열저장고와 접촉시켜서 물의 온도를 27°C 로 올린 경우의 전체 엔트로피 변화량을 구하라.

(d) [9점] 일반적으로 온도 T_1 인 물체를 온도 T_2 의 열 저장고에 접촉시켜 온도를 내리는($T_1 > T_2$) 경우보다 두 온도 사이의 값 T_3 ($T_1 > T_3 > T_2$)인 열 저장고에 먼저 접촉시켜 온도 T_3 을 만들고 다시 T_2 의 열 저장고에 접촉시켜 온도를 내리는 경우가 전체 엔트로피 증가량이 적음을 보여라. 또, 엔트로피 증가량을 최소화하는 온도 T_3 는 두 온도의 기하평균, $T_3 = \sqrt{T_1 T_2}$ 임을 증명하여라.

3. [35점] 평형 상태에서 길이 L_0 인 플라스틱 막대의 복원력은

$$F = aT^2(L - L_0) \tag{3}$$

로 주어진다. 일차원 물체의 부피는 길이 L 이고 압력은 힘 F 이므로 일차원 계의 기본 열역학 방정식은

$$\begin{aligned} dQ &= dE + p dV \\ &= dE + F dL \end{aligned} \tag{4}$$

로 주어진다. 또 식 (3)은 압력, 부피, 온도간의 관계식이므로 이 물체의 상태 방정식이다. 이 막대의 $L = L_0$ 에서의 정적 비열 (heat capacity)이 $C_{L_0} = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_{L=L_0} = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_{L=L_0} = bT$ 일 때 다음 물음에 답하라.

(a) [9점] 이 막대의 엔트로피 S 는 T 와 L 의 함수이다. Maxwell의 관계식과 식(3)을 이용하여 $\left(\frac{\partial S}{\partial L}\right)_T$ 를 구하여라.

(b) [9점] 온도 T_0 , 길이 L_0 에서의 엔트로피 $S(T_0, L_0)$ 가 알려져 있다. 임의의 온도, 길이 T, L 에서의 엔트로피 $S(T, L)$ 을 구하라. 즉 $S(T, L) - S(T_0, L_0)$ 를 구하라

(c) [8점] 열 팽창계수 α 와 등온 압축 계수 κ 는 각각

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \\ \kappa &= -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \end{aligned}$$

로 정의되었다. 이 정의를 일차원 계에 맞게 적절히 고치고 식(3)에 적용하여 α 및 κ 를 구하여라.

(d) [9점] 초기 상태 (T_i, L_i) 에서 준정적(quasi-static) 단열(adiabatic) 과정을 통하여 막대의 길이를 두 배로 늘렸다. ($L_f = 2L_i$) 나중 상태의 온도 T_f 를 구하라.

4. [30점] 자동차의 가솔린 엔진 기관의 사이클은 대략적으로 다음 4가지 과정으로 이루어진다.

	process	initial state	final state	heat
ab	adiabatic	(V_2, p_a)	(V_1, p_b)	0
bc	cons. Vol.	(V_1, p_b)	(V_1, p_c)	Q_1
cd	adiabatic	(V_1, p_c)	(V_2, p_d)	0
da	cons. Vol.	(V_2, p_d)	(V_2, p_a)	Q_2

여기서 열(heat)은 엔진 기관이 받는 열이다. 즉 $Q > 0$ 이면 기관으로 열이 들어오는 것이고 $Q < 0$ 이면 열이 밖으로 나가는 것이다. 과정 ab 는 단열 압축과정 ($V_1 < V_2$)이며 과정 bc 에서 점화 플러그에서 스파크가 터져 압축된 가솔린이 폭발하게된다 ($Q_1 > 0$). 과정 cd 는 단열 팽창과정 이며 과정 da 는 배기 및 흡입과정으로 높은 온도의 배기 가스가 나가고 낮은 온도의 흡입 가스가 들어오게 되어 열량을 외부에 배출하게된다 ($Q_2 < 0$)

(a) [10점] 위 기관의 사이클을 p - V 그래프로 나타내고 이 기관이 사이클 당 한 일을 그래프에 빗금(hatching)으로 표시하여라.

(b) [10점] 외부에서 기관에 일을 해주는 과정과 엔진 기관이 일을 하는 과정은 각각 어느 과정인가?

(c) [10점] 이 기관의 효율 η 의 정의를 적고 η 를 $V_1, V_2,$ 와 $\gamma := \frac{C_p}{C_v}$ 로 나타내어라.