

열 및 통계 물리 1 (중간 고사)

출제교수명: 정형채

시행일자: 2001. 10. 19.    금요일    2:30 - 4:30

자연과학 대학

학과

학년,

학번:

성명:

1. [20점] 오른쪽으로 갈 확률이  $p$ , 왼쪽으로 갈 확률이  $q = 1 - p$ 인 1차원 막걸기 (random walk) 모형에서 오른쪽 걸음 수를  $n_1$ , 왼쪽 걸음 수를  $n_2$ 라 하자.

(a)  $N$  걸음 후의 알짜 걸음 수  $m = n_1 - n_2$ 의 평균  $\langle m \rangle$ 과 분산  $\langle (m - \langle m \rangle)^2 \rangle$ 를 구하라.

필요하면 이항분포  $B(N, p)$ 를 따르는 확률 변수  $k$ 의 확률 분포함수는

$$P(k) = {}_N C_k p^k (1 - p)^{N - k}$$

임을 이용하라.

(b) (a)의 결과를 이용하여  $p = 1/2$ 인 경우와,  $p = 1$ 인 경우의  $m$ 의 평균과 분산을 구하고 그 의미를 논하라.

2. [30점] 질량  $m$ 인 자유 입자 3개가 길이  $L$ 인 1차원 상자에 갇혀 있을 때, 계의 가능한 에너지는

$$\begin{aligned} E &= \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2) \\ &= (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2) E_0 \end{aligned}$$

로 주어진다. 여기서  $E_0$ 는  $\frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}$  이다.

(a) 에너지가  $E = 6 E_0$ 인 계의 상태수를 구하라.

(b) 에너지가  $10 E_0$ 보다 작은 계의 상태수를 구하라.

(c)  $n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 < n^2$ 를 만족하는 상태수는  $n_1 > 0, n_2 > 0, n_3 > 0$ 를 만족하면서 반지름  $n$ 인 구 안에 있는 격자점의 갯수와 같으므로  $n$ 이 큰 경우 대략적으로  $\frac{1}{8} \frac{4\pi}{3} n^3$ 으로 주어진다. 에너지가  $E$ 와  $E + \delta E$  사이에 있는 계의 상태수를  $E \gg E_0$ 인 경우 구하라.

3. [20점] 일차원 조화 진동자의 에너지는

$$E = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

로 주어진다. 에너지가  $E_1$ 보다 작은 계의 고전적 상태수

$$\Omega = \frac{1}{h} \int_{E < E_1} dx dy$$

를 구하라.

4. [30점] 입자 하나가 가질 수 있는 양자 상태는 3개로, 각 양자 상태의 에너지는  $-\epsilon, 0, \epsilon$  이라고 하자. 이러한 입자  $N$ 개로 이루어진 열역학 계를 생각하자.

(a) 입자를 서로 구분될 때, 전체 상태 수를 구하라.

(b) 입자가 서로 구분되지 않을 때, 전체 상태 수를 구하라

(c) 입자가 서로 구분되지 않고, 계의 전체 에너지가 0일 때 상태 수를 구하라